ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ENERGIA E AUTOMAÇÃO ELÉTRICAS

ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

PEA - LABORATÓRIO DE INSTALAÇÕES ELÉTRICAS

CIRCUITOS EM CORRENTE CONTÍNUA

Código: CC

I - CORRENTE CONTÍNUA

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO ……………………………………………………………..…………………**1**

2. CONCEITOS BÁSICOS ……………………………………………..…………………**1**
2.1 Lei de Coulomb e Potencial Elétrico ……………………………………………………1
2.2 Corrente Elétrica ……………………………………………………….…………………3
2.3 Lei de Joule e Resistência Elétrica ………………………………………………………4
2.4 Lei de Ohm ……………………………………………………………..…………………5
2.5 Variação da Resistência com a Temperatura ……………………..…………………5
2.6 Força Eletromotriz (f.e.m) ……………………………………………………………….6

3. BIPOLOS ……………………………………………………………..…………………**7**
3.1 Curva Característica de Bipolos …………………………………………………………7
3.2 Gerador de Corrente …………………………………………………..………………10
3.3 Associação de Bipolos …………………………………………………..………………11
3.4 Bipolos não lineares ……………………………………………………..………………14
3.5 Redes de Bipolos ………………………………………………………..………………15
3.6 Leis de Kirchhoff ………………………………………………………..………………16

4. RESOLUÇÃO DE CIRCUITOS DE CORRENTE CONTÍNUA ………..………………**17**
4.1 Aplicação das Leis de Kirchhoff ………………………………………………………17
4.2 Método das Correntes Fictícias de Maxwell ………………………………………19
4.3 Princípio da Superposição de Efeitos …………………………………………………20
4.4 Geradores Equivalentes de Thévenin e Norton ……………………………………22
4.5 Transformação Estrela-Triângulo ……………………………………………………25
4.6 Circuito CC em Ponte …………………………..……………………………………28

5. POTÊNCIA, RENDIMENTO E MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA ………**29**

EXERCÍCIOS……………………………………..……………………………………**32**

1. INTRODUÇÃO

Apesar da maioria das instalações elétricas, hoje em dia, não serem em corrente contínua, a teoria a ser vista nesta apostila constitui uma base para as demais aplicações que utilizamos em eletricidade, como será visto em outras apostilas.

Partimos de conceitos básicos da eletrostática e da eletrodinâmica para estudarmos os circuitos de corrente contínua. Definimos, basicamente, as grandezas corrente, diferença de potencial, potência e energia elétrica.

Em seguida definimos os elementos básicos dos circuitos de corrente contínua, quais sejam, as fontes ideais e a resistência, que constituirão os bipolos. A partir da Lei de Ohm, mostramos como analisar a associação de bipolos.

Apresentamos, então, as redes de corrente contínua (C.C.) e as leis, conceitos e teoremas para sua resolução. As resoluções de circuitos C.C. são seguidas pelos seguintes tópicos: “Correntes Fictícias de Maxwell”, Superposição de Efeitos, Circuitos Equivalentes de Thevenin e Norton e Transformação Estrela-Triângulo. Finalizando a apostila, mostramos o que vem a ser um circuito C.C. em ponte, e como resolvê-lo. Também apresentamos a teoria sobre Máxima Transferência de Potência.

2. CONCEITOS BÁSICOS

Neste item apresentamos, sucintamente, as leis e definições que constituirão a base dos estudos de corrente contínua.

2.1 Lei de Coulomb e Potencial Elétrico

As leis da eletricidade originaram-se a partir do final do século XVIII. Inicialmente estabeleceu-se a existência de dois tipos de cargas elétricas. Verificou-se que cargas elétricas de polaridades iguais se repelem e, cargas elétricas de polaridades diferentes se atraem. Em 1785, Coulomb avaliou a força de atração (ou repulsão) entre duas cargas pontuais como sendo:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon r^2}$$

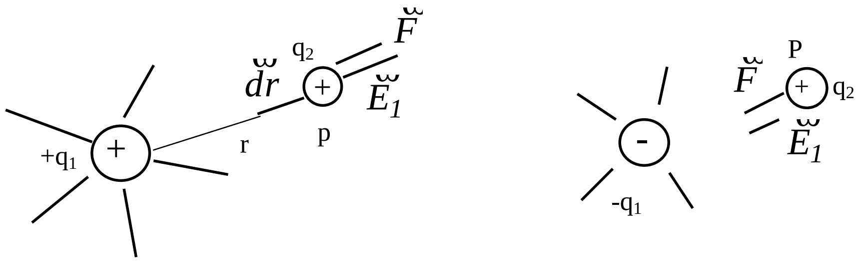
onde:

F	= força em N (Newton)
q_1, q_2	= cargas elétricas em C (Coulomb)
r	= distância entre as cargas em m
ε	= constante dependente do meio, em F/m (Faraday/m)
	(para o vácuo $\varepsilon = \varepsilon_o$ = 8,85 x 10^{-12} F/m)

Podemos escrever que:

$$F = \left(\frac{q_1}{4\pi \varepsilon r^2} \right) q_2 = E_1 . q_2$$

onde $E_1 = \frac{q_1}{4\pi \varepsilon r^2}$ constitui o campo elétrico provocado pela carga q_1, e é dado em V/m (Volt/m). Na realidade, tanto o campo elétrico E_1 como a força F são grandezas vetoriais, conforme mostrado na figura seguinte, para cargas positivas e negativas.



a) Carga positiva b) Carga negativa

Figura 1 - Vetores de Campo Elétrico e Força

Podemos definir, também, o trabalho (*W*) realizado pela carga q_2 desde um ponto muito distante (∞) até a distância *r* de q_1 como sendo:

$$W = -\int_{\infty}^{r} \vec{F} d\vec{r} = -\int_{\infty}^{r} q_2 \vec{E}_1 d\vec{r} = -q_2 \int_{\infty}^{r} \vec{E}_1 d\vec{r}$$

O potencial elétrico (V_r) é uma grandeza escalar, definida como sendo o trabalho W por unidade de carga (q_2), ou seja:

$$V_r = \frac{W}{q_2} = -\int_{\infty}^{R} \vec{E}_1 d\vec{r} \qquad \text{(em V = Volt)}$$

Nota-se que o potencial elétrico independe da carga q_2. Podemos, a partir deste conceito, calcular o trabalho para deslocar a carga q_2 de A até B, como sendo:

$$W_{AB} = -\int_{A}^{\infty} q_2 \vec{E}_1 d\vec{r} - \int_{\infty}^{B} q_2 \vec{E}_1 d\vec{r} = -\int_{A}^{B} q_2 \vec{E}_1 d\vec{r}$$

$$W_{AB} = -q_2 V_A - (-q_2 V_B) = q_2 (V_B - V_A)$$

ou seja, a diferença de potencial (d.d.p. ou tensão) $V_{BA} = V_B - V_A$ entre os pontos A e B, consiste no trabalho (por unidade de carga) para se deslocar uma carga de A até B.

2.2 Corrente Elétrica

Intensidade de corrente elétrica (i) que atravessa uma superfície, como o da figura 2, é a quantidade de carga elétrica que atravessa a superfície por unidade de tempo.

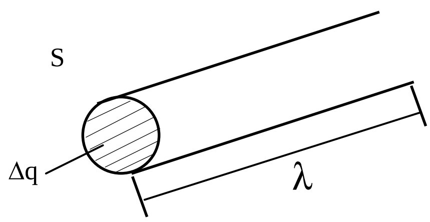


Figura 2 - Corrente Elétrica

Assim sendo: $i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$ em $\left[C/_{s} = A(Ampere) \right]$

O sentido convencional da corrente elétrica é o correspondente à circulação de cargas positivas. Logo, em condutores metálicos, o fluxo de elétrons é em sentido contrário ao sentido convencional da corrente.

2.3 Lei de Joule e Resistência Elétrica

A circulação de corrente elétrica em um condutor provoca o seu aquecimento, pela sua “resistência” à passagem da corrente elétrica.

A Lei de Joule estabelece que a energia (W) transformada em calor (ou dissipada) é dada por:

$$W = RI^2 t$$

onde:

W = é a energia dissipada em J (Joule);
i = é a corrente elétrica em A;
R = é a resistência elétrica do condutor em Ω (Ohm).

Assim, a potência dissipada por efeito Joule pode ser dada por $P = \frac{W}{t} = RI^2$ e é medida em J/s ou W (Watt). Se a corrente for função do tempo ***i = i(t)***, então a potência instantânea será $p(t) = Ri^2(t)$ e, para um tempo *t*, a energia dissipada será

$$W = \int_0^t Ri^2(t)dt \,.$$

A resistência elétrica *R* depende, basicamente, das características geométricas e do material do condutor. Para um condutor cilíndrico, como o da figura 2, temos que:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

onde:

l é o comprimento do condutor em m;

S é a área da secção transversal em m^2;

ρ é a resistividade elétrica do material em Ω.m (ou Ω.mm^2 /m quando S em mm^2).

Podemos também definir a condutância (*G*) e a condutividade do material (σ) da seguinte forma:

$$G = \frac{1}{R} \qquad \text{(em mho ou S = Siemens)}$$

e

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \qquad \text{(em mho / m ou S / m)}$$

2.4 Lei de Ohm

Vimos que, pela Lei de Joule, a energia dissipada por um condutor com corrente constante I é dada por $W = RI^2t = RI\,I\,t$. Sendo $I\,t = q$, temos que $W = RI\,q$. Ora, a energia pode ser também avaliada como sendo o trabalho para levar a carga q entre os dois pontos extremos do condutor, que pode ser dada por $W = V\,q$ onde *V* é a diferença de potencial entre esses pontos. Igualando as expressões para cálculo de $W = RI\,q = Vq$, temos que a diferença de potencial pode ser calculada por:

$$V = R\,.\,I$$

onde *V* é a d.d.p. (ou tensão) entre os extremos do condutor; a expressão será válida sempre que a resistência *R* for constante.

2.5 Variação da Resistência com a Temperatura

A resistência elétrica de um condutor apresenta variação com a temperatura. O mesmo, obviamente, acontece para a resistividade elétrica do material, conforme a figura 3:

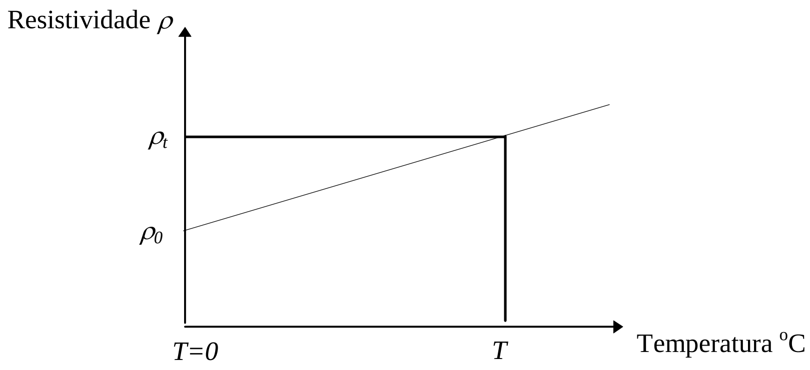


Figura 3 - Variação da Resistividade com a Temperatura

Podemos calcular a resistividade do material para uma dada temperatura pela expressão $\rho_T = \rho_0(1+\alpha_0 T)$. Para o caso do cobre temos $\rho_{20^0 C} = 0{,}0174 \Omega mm^2 / m$ e $\alpha_{20^0 C} = 0{,}00393^0 C^{-1}$, para o alumínio $\rho_{20^0 C} = 0{,}0283 \Omega mm^2 / m$ e $\alpha_{20^0 C} = 0{,}00403^0 C^{-1}$.

2.6 Força Eletromotriz (f.e.m.)

Força eletromotriz consiste na energia convertida em energia elétrica por unidade de carga, isto é:

$$E = \frac{dW}{dq}.$$

Sabemos que um gerador elétrico converte energia de alguma forma para energia elétrica; uma pilha, por exemplo, converte energia química em energia elétrica. A força eletromotriz *E* nos terminais do gerador, constitui a tensão ou d.d.p. necessária à circulação de corrente, suprindo a energia que o circuito requerer. A potência fornecida pelo gerador ao circuito pode ser calculada por:

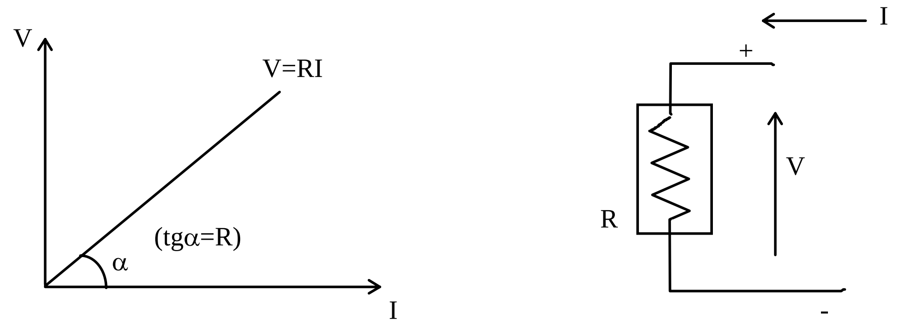
$$P = \frac{dW}{dt} = \left(\frac{dW}{dq}\right).\left(\frac{dq}{dt}\right) = E.i$$

3. BIPOLOS

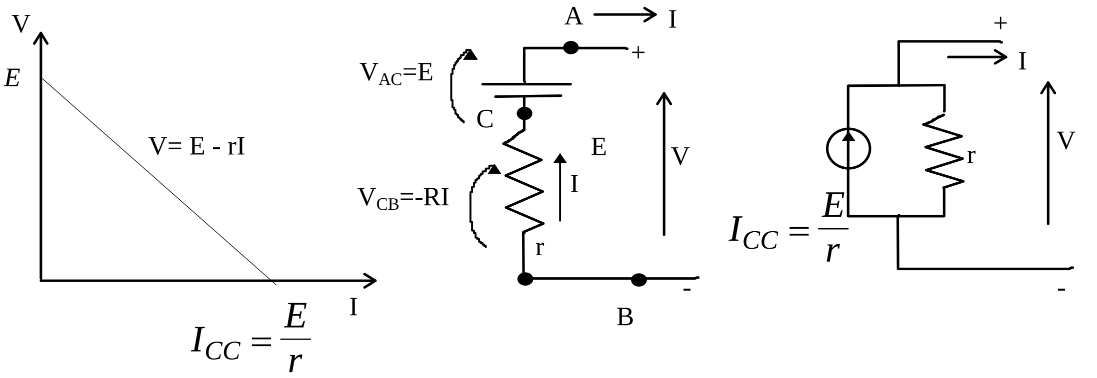
3.1 Curvas Características de Bipolos

Bipolo elétrico é qualquer dispositivo elétrico com dois terminais acessíveis, mediante os quais pode ser feita a sua ligação a um circuito.

O comportamento elétrico de um bipolo pode ser obtido a partir de sua característica externa (ou curva característica) que fornece a função *V = f(I)*, representando a tensão nos terminais do bipolo como função da corrente que o atravessa, conforme a figura 4.



a - bipolo passivo



b - bipolos ativos

Figura 4 - Características Externas de Bipolos Elétricos

Os bipolos classificam-se em lineares e não lineares, conforme sua curva característica, seja ela uma reta ou uma curva, respectivamente. Podemos também classificá-los em passivos e ativos, conforme sua curva característica cruze a origem ou corte o eixo dos coordenadas cartesianas em dois pontos (fig. 4.b) respectivamente.

Um resistor com resistência constante, por exemplo, é um bipolo passivo linear pois sua função *V=R.I* é representada por uma reta passando pela origem, com coeficiente angular *R*.

Uma bateria pode ser representada pela associação de um gerador ideal com f.e.m. *E*, em série com uma resistência, que representa a resistência interna da bateria. A diferença de potencial entre os terminais da bateria (A e B) é igual à soma das d.d.ps. entre os pontos A e B e, entre os pontos C e B, que é dada por:

$$V_{AB}=V_{AC} + V_{CB} = E - r\,I$$

Conforme figura 4.b, a reta cruza os eixos em (0,*E*) e (I_{CC},0), e representa um bipolo ativo linear.

O valor de I_{CC}, também chamada de corrente de curto circuito do bipolo ativo, representa o valor da corrente quando a tensão no terminais do bipolo é nula, ou seja, os terminais do bipolo são curto circuitados.

A f.e.m. *E* é chamada de tensão em vazio, pois representa o valor da tensão nos terminais do bipolo quando a corrente é nula, isto é, os terminais estão em circuito aberto.

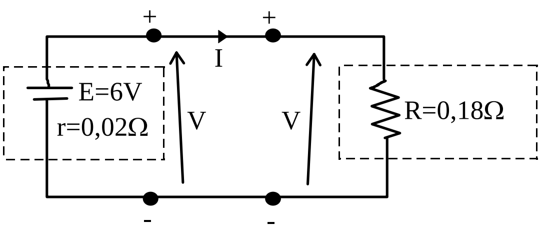
Normalmente assinalam-se os terminais com dois símbolos: o terminal positivo e o terminal negativo; e convenciona-se que o potencial do primeiro é maior que o do segundo.

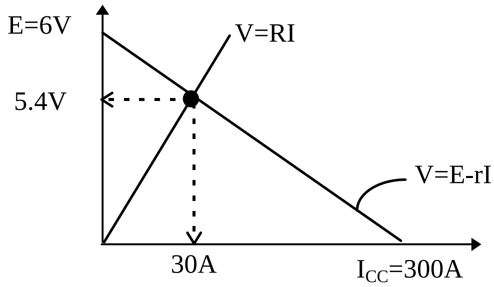
Utilizam-se duas convenções para a representação de correntes e tensões em bipolos:

- Convenção do receptor: a corrente positiva entra no terminal positivo do bipolo; usualmente utilizada para bipolos passivos.
- Convenção do gerador: a corrente positiva sai pelo terminal positivo; usualmente utilizada para bipolos ativos.

Exemplo 1

Determine a corrente elétrica de circulação e a tensão nos terminais de um circuito constituído por um bipolo ativo e um bipolo passivo, conforme a figura.





a) Circuito do Exemplo **b) Resolução Gráfica**

Figura 5

Resolução analítica: Como pode-se notar na figura 5a, os valores de tensão nos terminais e corrente, para os dois bipolos, são iguais. Sendo:

- Para o bipolo ativo $V = E - r.I = 6 - 0{,}02.I$;
- Para o bipolo passivo $V = R.I = 0{,}18.I$;

Igualando as duas expressões temos:

$$6 - 0{,}02I = 0{,}18I \rightarrow I = \frac{6}{0{,}2} = 30A$$

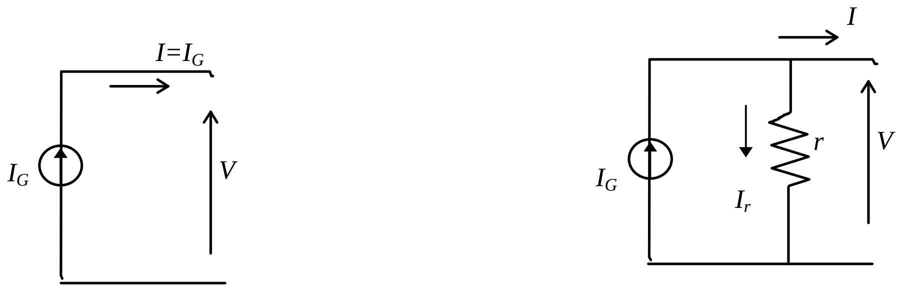
e

$$V = 0{,}18 \cdot 30 = 5{,}4V$$

Resolução gráfica: A figura 5b mostra o método gráfico de resolução, no qual o ponto de intersecção das duas retas (curva característica dos bipolos) representa a solução ou o ponto de operação do circuito.

3.2 Gerador de Corrente

Um gerador de corrente ideal é aquele que mantém uma dada corrente I_G, independente do valor da tensão nos seus terminais, e é representado conforme a figura abaixo.



a) Gerador de corrente ideal b) gerador de corrente real

Figura 6 - Gerador de Corrente

Um gerador de corrente real pode ser representado pela conforme 6.b. A curva característica deste bipolo pode ser obtida sabendo-se que a corrente de saída (I) é igual à corrente do gerador (I_G) menos a fuga de corrente na resistência r (I_r). Assim sendo, temos que:

$$I = I_G - I_r = I_G - \frac{V}{r} \Rightarrow V = rI_G - rI$$

Notamos que, a equação acima fornece uma curva idêntica à de um gerador de tensão (ou bateria) que tenha corrente de curto circuito igual a I_G(= E/r), e resistência interna r. Assim, podemos, para um gerador de corrente real, determinar um gerador de tensão equivalente e vice-versa, conforme mostrado na segunda figura 4b. É comum, para geradores de corrente, utilizarmos condutância ao invés de resistência. Sendo $g = 1/r$, temos que a equação do bipolo fica:

$$I = I_G - gV$$

ou

$$V = (I_G - I) / g$$

3.3 Associação de Bipolos

É comum desejarmos obter um bipolo equivalente a uma associação de bipolos, ou seja, a curva característica do bipolo equivalente deve ser igual à curva da associação dos bipolos. Analisamos a associação em série dos bipolos e a associação em paralelo de bipolos:

A - Associação em série

A figura 7a representa a associação em série de n bipolos:

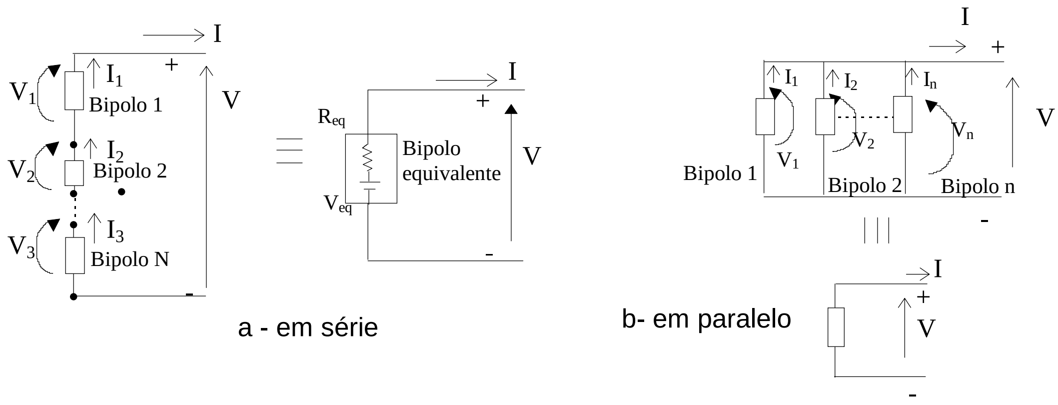


Figura 7 - Associação de Bipolos

Notamos, da figura, as seguinte relações:

$$I_1 = I_2 = \ldots\ldots\ldots = I_n = I$$

$$V_1 + V_2 + \ldots\ldots\ldots + V_n = V$$

Para o caso de bipolos ativos e lineares (o caso de bipolo passivo é um caso particular de bipolo ativo com f.e.m. nula), temos que:

$$\begin{aligned} V &= V_1+V_2+\ldots\ldots\ldots+V_n \\ &= (E_1-R_1I_1) + (E_2 - R_2I_2) + \ldots\ldots\ldots\ldots (E_n - R_nI_n) \\ &= (E_1-R_1I) + (E_2 - R_2I) + \ldots\ldots\ldots\ldots (E_n - R_nI) \\ &= (E_1 + E_2 \ldots\ldots E_n) - (R_1 + R_2 \ldots\ldots R_n)I \end{aligned}$$

$$V = \sum_{i=1}^{n} E_i - \left(\sum_{i=1}^{n} R_i \right) I$$

$$V = E_{eq} - R_{eq} I$$

Ou seja, para obtermos a f.e.m. (e resistência) do bipolo equivalente, basta somarmos as f.e.m.s. (e resistências) individuais de cada bipolo.

B - Associação em paralelo

A figura 7.b mostra uma associação em paralelo de bipolos. Para facilitar a determinação do bipolo equivalente, trabalhamos com geradores de corrente reais representando cada bipolo da associação. Observamos, da figura, as seguintes relações:

$$V_1 = V_2 = \ldots\ldots = V_n = V$$
$$I_1 + I_2 + \ldots\ldots + I_n = I$$

Sabendo que, para cada bipolo, $I_i = Icc_i - g_i V_i$, temos que:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + \ldots\ldots + I_n \\ &= \left(I_{CC_1} - g_1 V_1\right) + \left(I_{CC_2} - g_2 V_2\right) + \ldots\ldots\ldots\ldots + \left(I_{CC_n} - g_n V_n\right) \\ &= \left(I_{CC_1} - g_1 V\right) + \left(I_{CC_2} - g_2 V\right) + \ldots\ldots\ldots\ldots + \left(I_{CC_n} - g_n V\right) \end{aligned}$$

$$I = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} I_{CC_i} - \left(\sum_{i=1}^{n} g_i \right) V$$

Ou seja, para obtermos o gerador de corrente equivalente, basta somarmos as correntes de curto circuito (e condutâncias) de cada gerador de corrente, representando cada bipolo. Obviamente, se quisermos determinar o bipolo equivalente em termos de gerador de tensão, basta fazer:

$$V = E_{eq} - R_{eq} I$$
onde
$$E_{eq} = \sum I_{CC_i} / \sum g_i$$
e
$$R_{eq} = \frac{1}{\sum g_i}$$

Exemplo 2

a) Determine o bipolo equivalente da associação série-paralelo dos três bipolos da figura 8, com R_1=0,02Ω; R_2=0,08Ω, R_3= 0,20Ω, E_1= 5V e E_2= 10V.

b) Determine, também, a corrente I e a tensão nos terminais V, quando uma resistência R de 10Ω for ligada entre A e B.

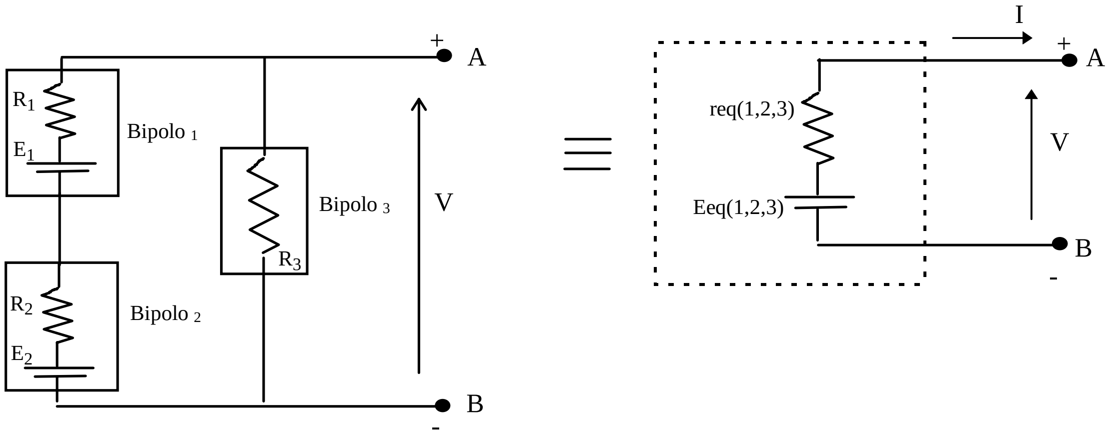


Figura 8 - Associação de Bipolos do Exemplo 2

a) O bipolo equivalente da associação dos bipolos 1 e 2, conta com:

$$E_{eq_{(1+2)}} = E_1 + E_2 = 5 + 10 = 15V$$
$$R_{eq_{(1+2)}} = R_1 + R_2 = 0{,}02 + 0{,}08 = 0{,}10\Omega$$

Em termos de gerador de corrente, temos:

$$I_{CC_{eq(1+2)}} = \frac{15}{0,10} = 150A$$

$$g_{CC_{eq(1+2)}} = \frac{1}{0,10} = 10S$$

Associando este ao bipolo 3, teremos:

$$I_{CC_{eq(1+2+3)}} = I_{CC_{eq(1+2)}} + I_{CC_{eq(3)}} = 150 + 0 = 150A$$

$$g_{eq(1+2+3)} = g_{eq(1+2)} + g_{eq(3)} = 10 + \frac{1}{0,2} = 10 + 5 = 15S$$

Logo:

$$E_{eq(1,2,3)} = \frac{1}{15}.150 = 10V$$

$$r_{eq(1,2,3)} = \frac{1}{15} = 0,0667\Omega$$

b) A corrente na resistência ligada aos terminais A e B (R_{AB}=10Ω), pode ser calculada por:

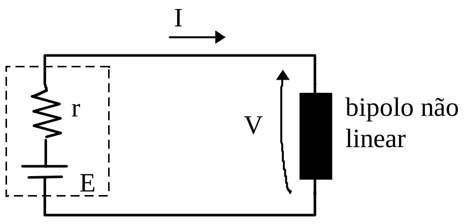
$$I = \frac{E_{eq(1,2,3)}}{r_{eq(1,2,3)} + R_{AB}} = \frac{10}{0,0667 + 10} = 0,9934A$$

e a tensão entre A e B, pode ser calculada por:

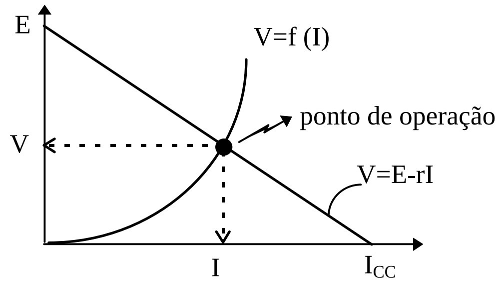
$$V = R_{AB}.I = 10.0,9934 = 9,934V$$

3.4 Bipolos Não Lineares

A presença de bipolos não lineares torna a análise de circuitos mais complexa. A figura 9 mostra o exemplo de um bipolo linear ativo ligado a um bipolo não linear com característica externa *V=f(I).*



a) Circuito



b) Resolução Gráfica

Figura 9 - Bipolos Não Lineares

A figura acima mostra o método de resolução gráfica deste circuito, onde pode-se facilmente avaliar o ponto de operação como sendo o de cruzamento das duas curvas características. Resoluções analíticas envolvem a utilização de métodos numéricos que não serão tratados aqui.

3.5 Redes de Bipolos

Uma rede de bipolos é um conjunto de bipolos ligados entre si. Podemos definir, ainda, para uma rede :

- Nó - um ponto qualquer da rede no qual se reúnem três ou mais bipolos distintos;
- Ramo (ou lado) - qualquer dos bipolos da rede cujos terminais estão ligados a dois nós distintos;
- Malha - qualquer circuito fechado da rede.

A rede de bipolos da figura 10 é um exemplo com 6 nós, 10 ramos e várias malhas (por exemplo: ramos 1-2-3, ramos 4-5-7-8, ramos 1-10-5-7-9, etc.).

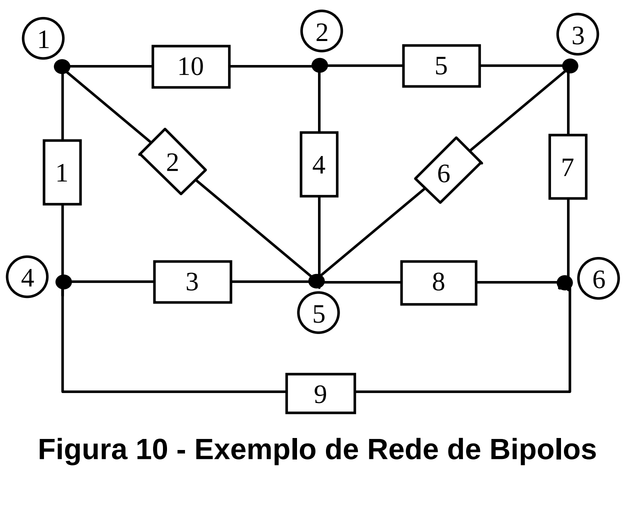
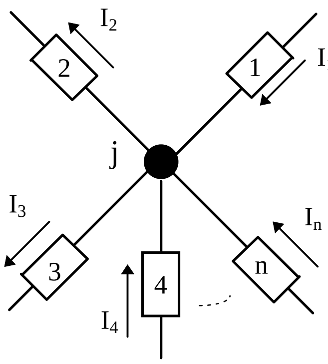


Figura 10 - Exemplo de Rede de Bipolos

3.6 Leis de Kirchhoff

São as duas leis de Kirchhoff, apresentadas a seguir:

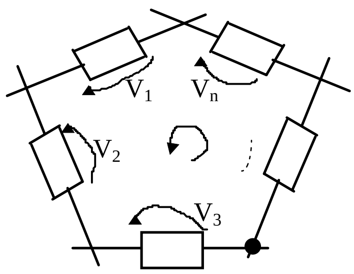
<u>1ª Lei de Kirchhoff</u>: A soma algébrica das correntes aferentes a um nó qualquer de uma rede de bipolos é nula. Para tanto, devemos atribuir às correntes que "entram" no nó sinal contrário às que "saem" do nó (vide figura 11). A justificativa desta lei é evidente se considerarmos que não pode haver acúmulo de cargas elétricas no nó.



$$\Sigma\ I_i=0$$
$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 +...+I_n = 0$$

Figura 11 - 1ª Lei de Kirchhoff no Nó j

<u>2ª Lei de Kirchhoff</u>: A soma algébrica das tensões, medidas ordenadamente nos ramos de uma malha, é nula (conforme a figura 12).



$$\Sigma\ V_i=0$$
$$V_1 - V_2 - V_3 +...V_n = 0$$

Figura 12 - 2ª Lei de Kirchhoff em uma Malha Genérica da Rede

A forma prática de se utilizar a 2ª Lei é a de escolher um circuito de percurso para a malha (anti-horário, por exemplo). Assim, todos os ramos com tensão concorde ao sentido de percurso convencionado entram como parcelas positivas e todas com tensão discorde ao sentido entram como parcelas negativas.

4. RESOLUÇÃO DE CIRCUITOS DE CORRENTE CONTÍNUA (CC)

4.1 Aplicação das Leis de Kirchhoff

As Leis de Kirchhoff são basicamente utilizadas para a solução de circuitos, ou seja, determinação de tensões e correntes em cada um dos bipolos de uma rede elétrica.

A aplicação da 1ª Lei de Kirchhoff numa rede de bipolos com *n* nós, resulta num sistema com *n-1* equações independentes, de vez que, ao aplicá-lo ao enésimo nó, determinamos uma equação que é combinação linear das demais equações.

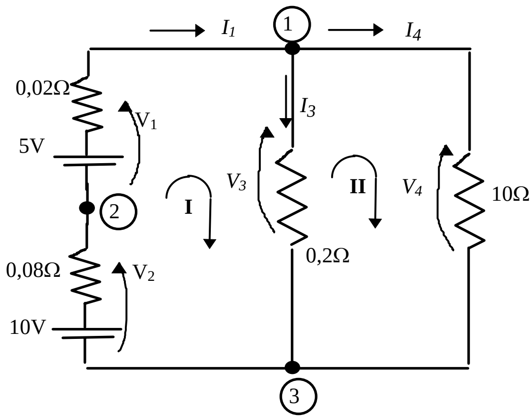
Para o caso geral de um circuito com *r* ramos e *n* nós, devemos determinar *r* correntes e *r* tensões, isto é, temos *2r* incógnitas. Da aplicação da Lei de Ohm aos ramos da rede obtemos *r* equações independentes. Da aplicação da 1ª Lei de Kirchhoff obtemos mais *n-1* equações. Portanto devemos aplicar a 2ª Lei de Kirchhoff a um número *m* de malhas dado por:

$$m = 2r - (n-1) - r = r - n + 1$$

Qualquer circuito elétrico CC composto por bipolos lineares, pode ser resolvido pelo emprego das leis de Ohm e de Kirchhoff, resultando em sistemas de *2r* equações e *2r* incógnitas. Neste texto veremos outros métodos mais simples de resolução de circuitos.

Exemplo 3

Resolva o item (b) do exemplo 2, sem associar os bipolos.



A rede conta com 4 ramos e 3 nós e temos 8 incógnitas (V_1, V_2, V_3, V_4 e I_1, I_2, I_3, I_4):

Aplicação da lei de Ohm:

$$V_1 = 5 - 0{,}02\ I_1$$
$$V_2 = 10 - 0{,}08\ I_2$$
$$V_3 = 0{,}2\ I_3$$
$$V_4 = 10\ I_4$$

Aplicação da 1ª Lei de Kirchhoff:

$$I_1 - I_3 - I_4 = 0 \quad (nó\ 1)$$
$$I_1 - I_2 = 0 \quad (nó\ 2)$$

Aplicação da 2ª Lei de Kirchhoff a ($r - n + 1 = 2$) malhas:

$$V_1 + V_2 - V_3 = 0 \quad (malha\ I)$$
$$V_3 - V_4 = 0 \quad (malha\ II)$$

Obtemos assim um sistema de 8 equações e 8 incógnitas: substituindo as equações da Lei de Ohm nas equações referentes à 2ª Lei de kirchhoff, temos o seguinte sistema de equações equivalente:

$$I_1 - I_3 - I_4 = 0$$
$$I_1 - I_2 = 0$$
$$5 - 0{,}02\ I_1 + 10 - 0{,}08\ I_2 - 0{,}2\ I_3 = 0$$
$$0{,}2\ I_3 - 10\ I_4 = 0$$

que fornece: $I_1 = I_2 = 50{,}662\ A$

$$I_3 = 49{,}668\ A$$
$$I_4 = 0{,}9934\ A$$

e as tensões, pelas leis de Ohm:

$$V_1 = 5 - 0{,}02 \times 50{,}662 = 3{,}987\ V$$
$$V_2 = 10 - 0{,}08 \times 50{,}662 = 5{,}497\ V$$
$$V_3 = V_4 = 0{,}2 \times 49{,}668 = 9{,}934\ V$$

Observamos que I_4 e V_4 são os mesmos valores obtidos para o exemplo 2 resolvido por associação de bipolos.

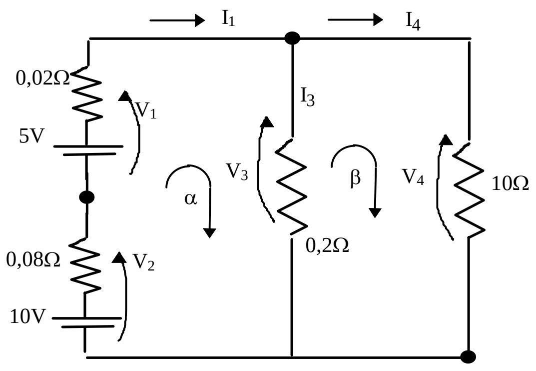
4.2 Método das Correntes Fictícias de Maxwell

Este método é uma simplificação das leis de Kirchhoff. Fixamos uma corrente fictícia para cada uma das $m = r - n + 1$ malhas independentes da rede, adotando-se um sentido de circulação. A 1ª Lei de Kirchhoff resulta automaticamente verificada pois cada corrente fictícia atravessa todos os nós da malha correspondente. A corrente em cada ramo é a soma algébrica das correntes fictícias que percorrem esse ramo. Aplicando-se a 2ª Lei de Kirchhoff para as m malhas, determinamos um sistema com m equações e m incógnitas, que são as correntes fictícias para cada malha.

Exemplo 4

Resolver o exercício 3 pelo método das correntes fictícias de Maxwell.

Adotamos as correntes fictícias α e β para as malhas independentes I e II, respectivamente.



Aplicando a 1ª Lei de Kirchhoff para as duas malhas, temos:

$$5 + 10 - 0{,}02\ I_1 - 0{,}08\ I_2 - 0{,}2\ I_3 = 0$$

$$0{,}2\ I_3 - 10\ I_4 = 0$$

Lembramos que $I_1 = I_2 = \alpha$, $I_3 = \alpha - \beta$ e $I_4 = \beta$, resulta:

$$5 + 10 - 0{,}02\,\alpha - 0{,}08\,\alpha - 0{,}2\,(\alpha - \beta) = 0$$

$$0{,}2\,(\alpha - \beta) - 10\,\beta = 0$$

ou seja:

$$0{,}3\,\alpha - 0{,}2\beta = 15$$

$$-\,0{,}2\alpha + 10{,}2\beta = 0$$

resultando α=50,662A e β=0,9934A. Logo as correntes nos ramos são: I_1=I_2=50,662A; I_3=49,668A e I_4=0,9934A.

4.3 Princípio da Superposição de Efeitos

O princípio da superposição de efeitos pode ser descrito da seguinte forma: "A corrente (ou tensão) num dos ramos de uma rede de bipolo lineares é igual à soma das correntes (ou tensões) produzidas nesse ramo por cada um dos geradores, considerado, separadamente, com os outros geradores inativos".

Gerador inativado significa:

- Tratando-se de gerador de tensão, o gerador de f.e.m. é curto-circuitado, permanecendo no circuito, somente a resistência interna;
- Tratando-se de gerador de corrente, o gerador ideal é aberto, permanecendo no circuito somente a condutância interna do mesmo.

A demonstração do princípio da superposição de efeitos decorre da linearidade das equações de Kirchhoff .

Exemplo 5

Determinar a corrente no resistor R da figura 13a.

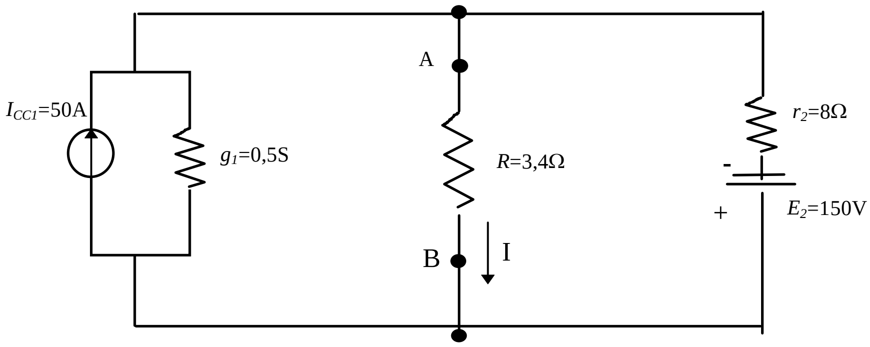


Figura 13a - Circuito Para o Exemplo 5

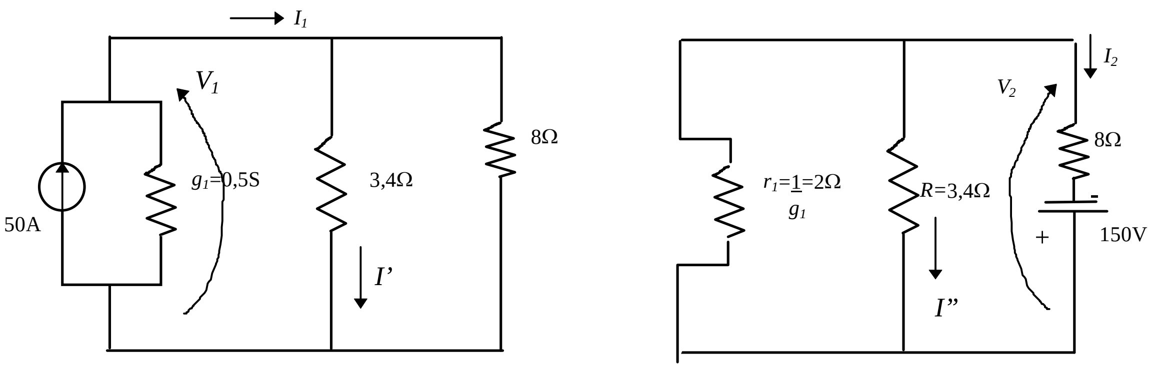


Figura 13b - Superposição de Efeitos

Aplicando-se o princípio da superposição de efeitos, devemos determinar a corrente pelo resistor *R* através da soma de duas parcelas I' e I'', onde I' é a parcela de corrente em *R* com o gerador 1 ativado e gerador 2 desativado, e I'' é a parcela de corrente em *R* com o gerador 2 ativado e o gerador 1 desativado, conforme a figura 13b:

a) Cálculo de I':

Transformando o gerador 1 de corrente em gerador de tensão e, associando-se as resistências *R* e r_2 em paralelo, a corrente I_1 pode ser facilmente calculada. O gerador de tensão equivalente terá f.e.m. $E_1 = {}^{50}\!/_{0,5} = 100V$ e $r_1 = \dfrac{1}{g1} = 2\Omega$. A associação de *R* com r_2 resulta em (3,4x8)/(3,4+8). Logo:

$$I_1 = \frac{E_1}{r_1 + 2{,}38596} = \frac{100}{2 + 2{,}38596} = 22{,}8A$$

Logo:

$$V_1 = 22{,}8x2{,}38596 = 54{,}4V$$

e

$$I' = \frac{54{,}4}{3{,}4} = 16A$$

b) Cálculo de I''

Associando-se *R* com r_1 temos a resistência equivalente ${}^{(3{,}4x2)}\!/_{(3{,}4+2)} = 1{,}25926\Omega$.

Portanto a corrente I_2 vale:

$$I_2 = 150/(8 + 1{,}25926) = 16{,}2A \text{ e } V_2 = -150 + 16{,}2x8 = -20{,}4V.$$

Logo

$$I'' = \frac{V_2}{R} = \frac{-20{,}4}{3{,}4} = -6A$$

c) Cálculo de I

A corrente I é obtida da forma das duas parcelas I' e I'', ou seja, I = 16 - 6 = 10A.

4.4 Geradores Equivalentes de Thévenin e Norton

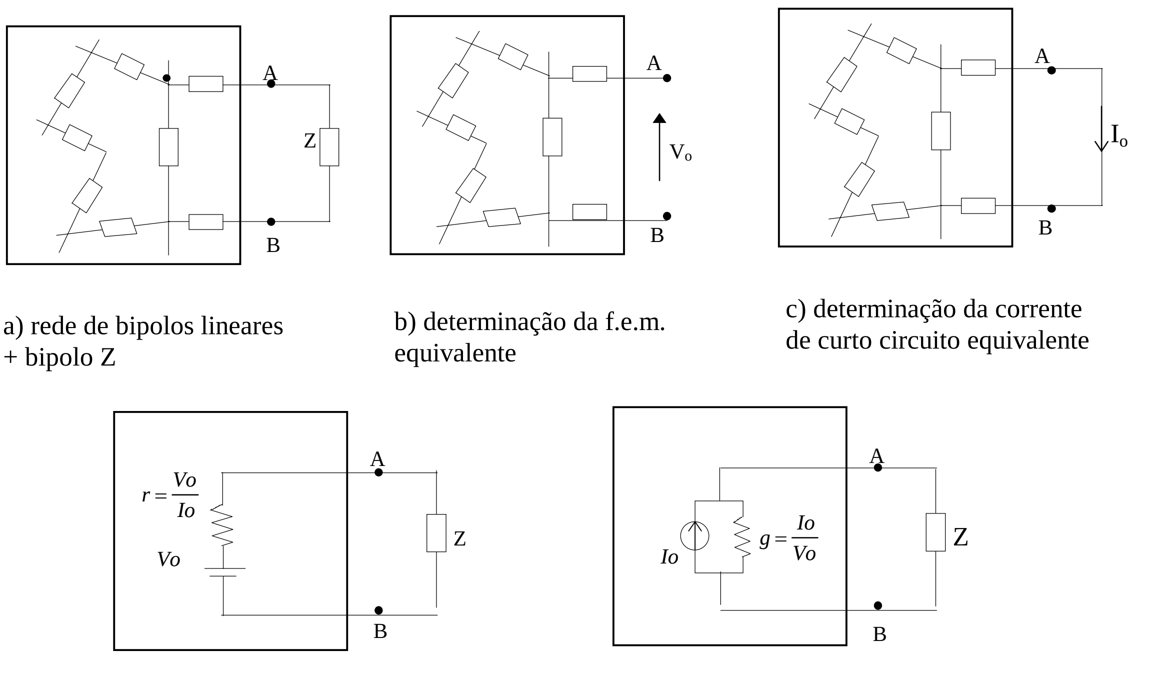
O princípio do gerador equivalente de Thévenin consiste, basicamente, em substituirmos toda uma parte de uma rede de bipolos lineares por um gerador de tensão ideal em série com uma resistência. Este gerador é o “Gerador Equivalente de Thévenin” da parte da rede substituída.

Seja uma rede genérica, como a da figura 14a, que alimenta pelos terminais A e B um outro bipolo *Z*. Desejamos determinar um gerador equivalente de Thevenin que substitua a rede do lado esquerdo dos pontos A e B. Apesar do bipolo *Z* não necessitar ser linear, os bipolos a serem substituídos deverão ser lineares.

Abrindo-se a rede nos terminais A e B, encontramos a tensão $V_0 = V_{AB}$, conforme a figura 14b; e colocando-se um curto-circuito nos terminais A e B, encontramos a corrente de curto I_0.

Em tratando-se de bipolos lineares, a curva característica do bipolo equivalente à rede, visto dos terminais A e B, deve ser uma reta passando pelos pontos $(0, V_0)$ e $(I_0, 0)$.

Logo a rede pode ser substituída por um gerador linear de f.e.m. $E = V_0$ e resistência interna $r = V_0/I_0$. Tal gerador é denominado gerador equivalente de Thévenin, conforme figura 14d.



a) rede de bipolos lineares + bipolo Z

b) determinação da f.e.m. equivalente

c) determinação da corrente de curto circuito equivalente

d) gerador equivalente de Thévenin

e) gerador equivalente de Norton

Figura 14 - Determinação do Geradores de Thevenin e Norton

A rede também pode ser substituída por um gerador de corrente, com corrente de curto $I_{CC}=I_0$ e condutância interna $g = 1/r = I_0/V_0$. Nesse caso, prefere-se denominar o gerador de gerador equivalente de Norton, conforme a figura 14e.

Para a determinação da resistência (ou condutância) interna, podemos também proceder da seguinte forma:

- desativamos os geradores internos;
- a rede resultante é composta, então, somente por bipolos passivos. A resistência desta rede, vista dos terminais A e B, é a resistência do gerador equivalente de Thevenin.

Exemplo 6

Repita o exemplo 5 da figura 13.a, determinando o gerador equivalente de Thévenin, visto dos pontos A e B, que fornecerá a corrente I para a resistência R.

As figuras 15 a e b ilustram a determinação da tensão em vazio e da resistência de Thévenin.

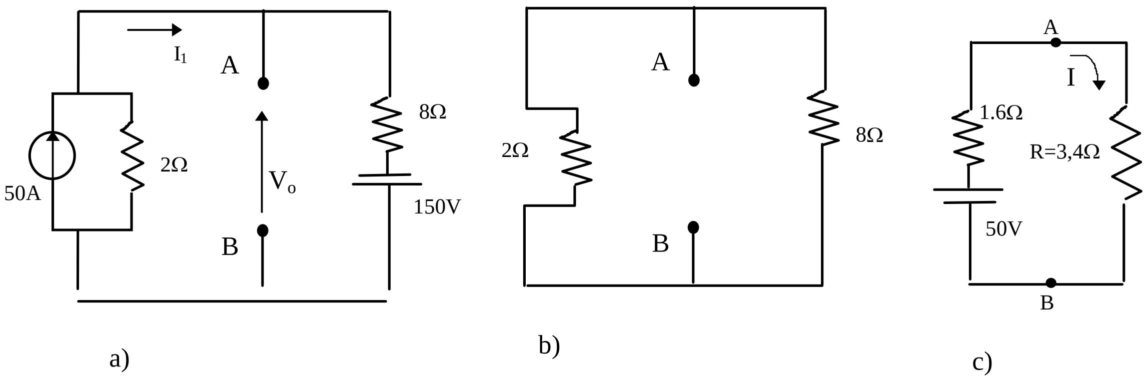


Figura 15 - Circuito do exemplo 6

A tensão V_0 pode ser facilmente calculada transformando-se o gerador 1 em gerador de tensão (E_1=100V e r_1=2Ω). A corrente I_1 de circulação (vide figura 15a) é obtida por:

$$I_1 = \frac{100+150}{8+2} = 25\text{A} \quad \text{e a tensão} \quad V_0 = 8 \times 25 - 150 = 50\text{V}$$

A resistência de Thevenin é obtida pelo paralelo das resistências, conforme mostra a figura 15b:

$$r_0 = \frac{2x8}{2+8} = 1{,}6\Omega$$

Substituindo a parte da rede vista dos pontos A e B pelo gerador equivalente de Thévenin, resulta o circuito da figura 15c, que fornece o valor da corrente I:

$$I = \frac{50}{1{,}6+3{,}4} = 10A$$

que é o mesmo valor obtido no exemplo anterior, onde foi aplicado o princípio da superposição de efeitos.

4.5 Transformação Estrela -Triângulo

Numa rede de bipolos, dizemos que três bipolos estão ligados em estrela quando três terminais dos bipolos estão reunidos num único nó. Os bipolos estão ligados em triângulo quando os terminais estão reunidos dois a dois de modo que os bipolos constituam uma malha com três lados.

Em muitos casos de resolução de circuitos é útil podermos transformar uma estrela de bipolos passivos (resistores) num triângulo equivalente, ou vice-versa (vide figura 16).

a. Determinação da estrela equivalente à um triângulo

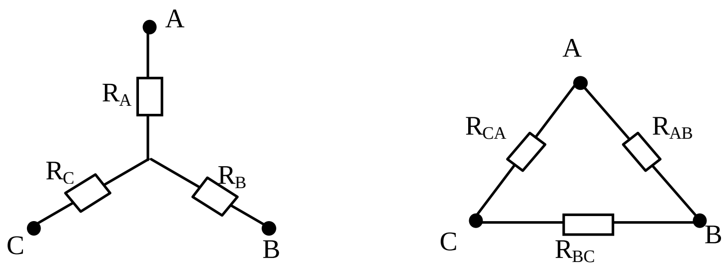


Figura 16 - Transformação Estrela-Triângulo

A resistência medida entre dois terminais quaisquer da estrela, com o terceiro em rodízio deve ser igual à resistência medida entre os dois terminais correspondentes do triângulo. Assim temos:

$$R_A + R_B = \frac{R_{AB}(R_{BC} + R_{CA})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$
$$R_B + R_C = \frac{R_{BC}(R_{AB} + R_{CA})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$
$$R_C + R_A = \frac{R_{CA}(R_{BC} + R_{AB})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

Resolvendo o sistema de equações acima, resulta:

$$R_A = \frac{R_{CA} R_{AB}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$
$$R_B = \frac{R_{BC} R_{AB}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$
$$R_C = \frac{R_{BC} R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

<u>b. Determinação do triângulo equivalente à uma estrela</u>

Ligando-se em curto dois terminais quaisquer do triângulo e dois terminais correspondentes da estrela, deve-se ter uma condutância entre o terceiro terminal e o curto circuito igual para os dois casos. Assim, obtemos:

$$\left(R_C + \frac{R_A R_B}{R_A + R_B} \right)^{-1} = \frac{1}{R_{BC}} + \frac{1}{R_{CA}}$$
$$\left(R_A + \frac{R_B R_C}{R_B + R_C} \right)^{-1} = \frac{1}{R_{CA}} + \frac{1}{R_{AB}}$$
$$\left(R_B + \frac{R_C R_A}{R_C + R_A} \right)^{-1} = \frac{1}{R_{AB}} + \frac{1}{R_{BC}}$$

Resolvendo o sistema de equações acima, resulta:

$$R_{AB} = \frac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_C}$$

$$R_{BC} = \frac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_A}$$

$$R_{CA} = \frac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_B}$$

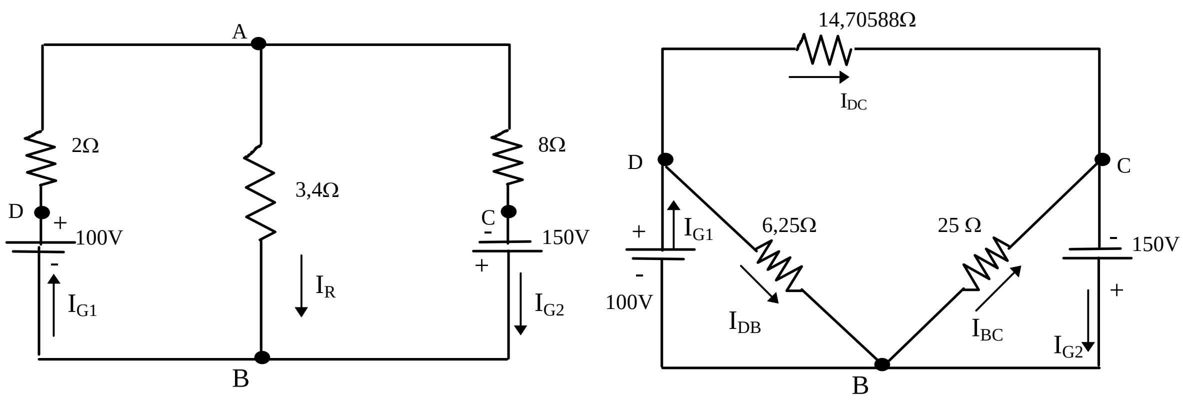
Exemplo 7

Determine a corrente I na resistência *R* do exemplo 5 (figura 13a). Para tanto, proceda da seguinte forma:

- transforme o gerador de corrente em gerador de tensão;
- transforme a estrela formada pelas três resistências em um triângulo;
- calcule as correntes nos geradores;
- calcule a corrente na resistência *R*.

A figura 17a mostra um circuito com o gerador de corrente transformado em gerador de tensão, onde a f.e.m. do gerador vale E_2=50/0,5 = 100V e r_2=1/0,5 = 2Ω.

A figura 17b, mostra o circuito depois da transformação estrela-triângulo, no qual:



a) Circuito com Geradores de Tensão

b) Circuito Depois da Transformação Estrela - Triângulo

Figura 17 - Circuito para o Exemplo 6

$$R_{DB} = \frac{R_D R_B + R_D R_C + R_B R_C}{R_C} = \frac{2x3,4 + 2x8 + 3,4x8}{8} = 6,25\Omega$$
$$R_{BC} = \frac{R_D R_B + R_D R_C + R_B R_C}{R_D} = \frac{2x3,4 + 2x8 + 3,4x8}{2} = 25,0\Omega$$
$$R_{CD} = \frac{R_D R_B + R_D R_C + R_B R_C}{R_B} = \frac{2x3,4 + 2x8 + 3,4x8}{3,4} = 14,70588\Omega$$

As correntes nas resistências do triângulo são calculadas pela Lei de Ohm, ou seja:

$$I_{DB} = \frac{100}{6,25} = 16A$$
$$I_{BC} = \frac{150}{25} = 6A$$
$$I_{CA} = \frac{100-(-150)}{14,70588} = 17A$$

Logo, as correntes nos geradores 1 e 2, por aplicação da 1ª Lei de Kirchhoff nos nós D e C, respectivamente, são:

$$I_{G1} = I_{DC} + I_{DB} = 17 + 16 = 33A$$
$$I_{G2} = I_{DC} + I_{BC} = 17 + 6 = 23A$$

Voltando para o circuito da figura 17a, é fácil notar, pela 1ª Lei de Kirchhoff aplicada ao nó A que: $I_R = I_{G1} - I_{G2} = 33 - 23 = 10A$

4.6 Circuito C.C. em Ponte

Os circuitos em ponte tem como utilidade principal a medida de resistência. Assim, suponha que deseja-se medir uma resistência R_X a partir de um resistor variável com valor de resistência R_V, bem conhecido para qualquer condição. O esquema da figura 18 mostra um circuito em ponte:

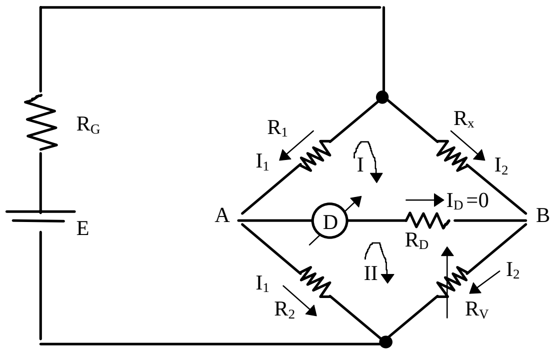


Figura 18 - Circuito em Ponte

O circuito pode ser então montado com duas resistências fixas de valores conhecidos, R_1 e R_2, um gerador com f.e.m. E e resistência interna R_G, uma resistência variável de valores conhecidos R_V e um detetor de corrente com resistência interna R_D. Suponhamos que exista uma condição de ajuste de R_V, tal que o detetor de corrente aponte valor nulo. Nesta condição, devemos ter V_{AB}=0, ou seja, $I_D = V_{AB}/R_D = 0$. Assim a corrente I_1 que passa por R_1 será igual àquela que passa por R_2, e a corrente I_2 que passa por R_X será igual àquela que passa por R_V. Aplicando a 2ª Lei de Kirchhoff nas malhas I e II, devemos ter:

$$I_1 R_1 = I_2 R_X \quad \text{(malha I)}$$
$$I_1 R_2 = I_2 R_V \quad \text{(malha II)}$$

Dividindo membro a membro as equações acima, teremos a seguinte relação:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_X}{R_V} \quad \text{ou} \quad R_X = \frac{R_1}{R_2} . R_V = kR_V$$

Ou seja, o valor da resistência que desejamos medir será proporcional ao valor da resistência R_V conhecida e ajustada para que o detetor indique valor nulo de corrente.

5. POTÊNCIA, RENDIMENTO E MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA

Tomemos o circuito da figura 19, no qual investigaremos as relações de potência. Neste circuito temos um gerador de tensão com f.e.m. E e resistência interna r, alimentando um bipolo genérico que é chamado de carga do gerador.

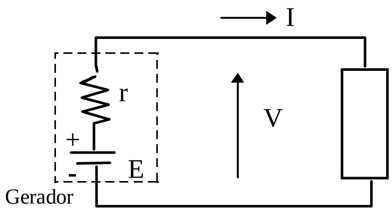


Figura 19 - Circuito para Estudo das Relações de Potência

A 2ª Lei de Kirchhoff aplicada à malha do circuito, permite-nos escrever que $E = rI + V$. Multiplicando ambos os membros desta equação por I, resulta que:

$$E.I = r.I^2 + V.I$$

Podemos identificar, da equação acima, as seguintes parcelas:

- A potência total P_t fornecida pela fonte de f.e.m.:

$$P_t = E.I$$

- A potência P_p dissipada (por Efeito Joule) na resistência interna do gerador:

$$P_p = r.I^2$$

- A potência útil P_u fornecida à carga:

$$P_u = V.I$$

A equação acima exprime um balanço de potências, na qual a potência fornecida pelo gerador é transferida para a carga (potência útil) e, é perdida em parte, pela dissipação de calor, na resistência interna do gerador.

O rendimento do gerador é definido por:

$$\eta_G = \frac{P_u}{P_t} = \frac{P_t - P_p}{P_t} = 1 - \frac{P_p}{P_t}$$

Existem aplicações em que, dentro da própria carga, existe uma potência dissipada e, somente parte da potência útil é aproveitada. Neste caso, sendo P_u a potência recebida pela carga e P_d a potência desenvolvida pela carga, podemos definir o rendimento η_C da carga como sendo:

$$\eta_C = \frac{P_d}{P_u}$$

Assim, o rendimento total η_t é definido como o rendimento da transferência de potência da fonte de f.e.m. até o aproveitamento final (P_d), isto é:

$$\eta_T = \frac{P_d}{P_t} = \frac{P_u}{P_t} . \frac{P_d}{P_u} = \eta_G . \eta_C$$

Quando a carga é simplesmente um bipolo passivo (resistor), podemos avaliar o valor da resistência da carga que permite transferir a máxima potência útil. Assim, se a resistência da carga vale R, podemos calcular a corrente no circuito da figura 19, como sendo:

$$I = \frac{E}{r + R}$$

e, a potência útil P_u:

$$P_u = R.I^2 = R.\frac{E^2}{(r+R)^2}$$

Para avaliarmos o valor de R para máximo P_u, basta fazermos:

$$\frac{dP_u}{d_R} = E^2 \left[\frac{1}{(r+R)^2} - \frac{2R}{(r+R)^3} \right] = 0$$

que fornece R=r. Assim, a máxima transferência de potência para a carga resistiva se dá quando a resistência R da carga é igual à resistência interna r do gerador. A máxima potência útil será, então:

$$P_{u\max} = \frac{E^2}{4r}$$

e a potência do gerador: $P_t = EI = \dfrac{E^2}{2r}$

ou seja $P_{u\max} = \dfrac{1}{2} P_t$ e o rendimento $\eta_G = \dfrac{P_u}{P_t} = \dfrac{1}{2} = 50\%$

A figura 20 ilustra os valores das potências total e útil, bem como do rendimento, para variação da corrente I desde circuito aberto (I=0, R=∞) até curto-circuito (I=E/r, R=0).

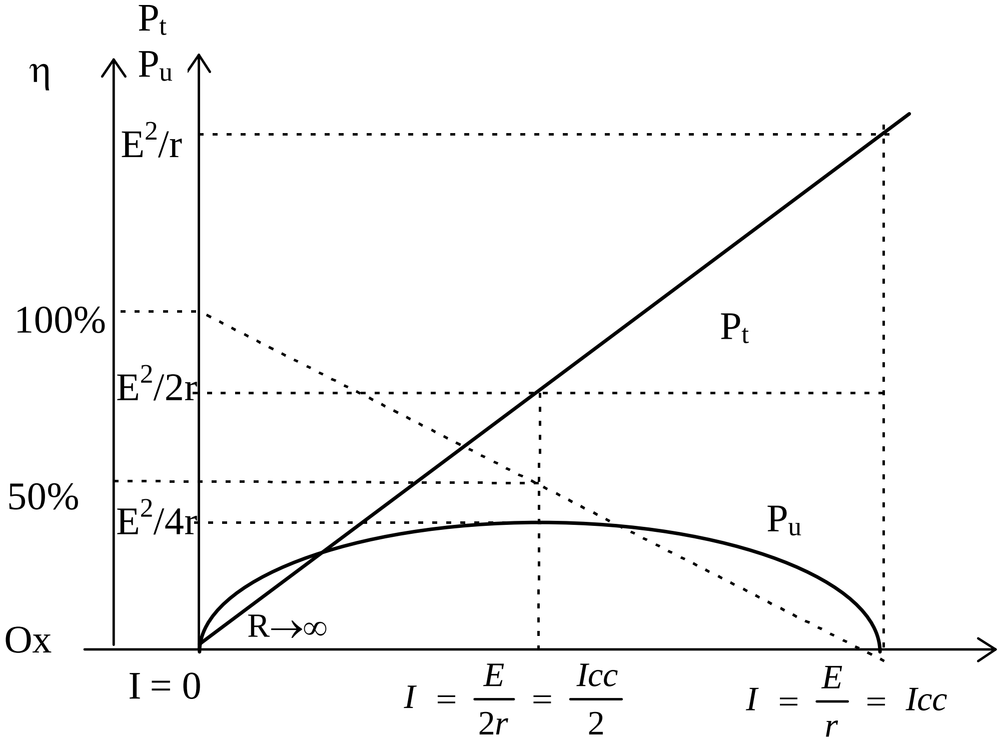


Figura 20 - Variação das Potências e Rendimentos com a Corrente (e Resistência) da Carga

EXERCÍCIOS

1. O circuito da figura 21 é formado por um bipolo L não linear, alimentado por um bipolo linear ativo com f.e.m. E=19v e r=6,75Ω. A curva característica do bipolo L é dada por pontos, conforme tabela abaixo. Determine o ponto de operação do circuito.

V_L(V)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I(A)	0.45	0.81	0.97	1.03	1.05	1.06	1.07	1.09	1.10	1.12	1.15	1.19

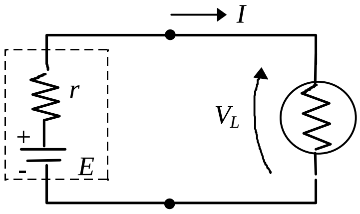


Figura 21 - Circuito do Exercício 1

Dica: Resolva o exercício graficamente traçando as curvas características do bipolo ativo e do bipolo *L*. A intersecção das duas curvas é o ponto de operação do circuito.

Resposta: V_L=11,23V ; I=1,151A.

2. Resolva o circuito da figura abaixo aplicando:

a) As Leis de Ohm e as Leis de Kirchhoff

b) O método das correntes fictícias de Maxwell

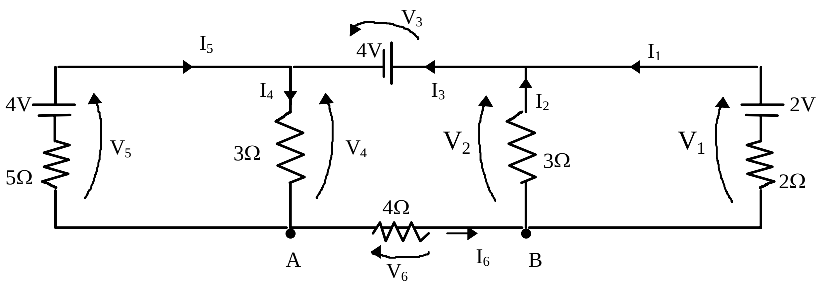


Figura 22 - Circuito para o Exercício 2

Resposta: I_1=0,713A; I_2= –0,189A; I_3=0,524A; I_4=0,828A; I_5=0,304A; I_6=0,524A

V_1=V_2=0,574V; V_3=4V; V_4=V_5=2,484V; V_6=2,096V.

3. Determine a corrente I_1 do exercício anterior, aplicando o princípio da superposição de efeitos.

4. Determine a corrente I_6 do exercício 2 aplicando o método do gerador equivalente de Thévenin.

Dica: Retire a resistência de 4Ω (bipolo 6) e determine o gerador equivalente de Thévenin visto dos pontos A e B. O valor de I_6 é avaliado diretamente da resolução do circuito equivalente.

5. Uma linha aérea ferroviária é constituída pelos seguintes elementos:

- fio aéreo de alimentação (ligado ao positivo) com resistência 0,03 Ω/Km;
- trilhos ligados ao terminal negativo (terra) com resistência de 0,02 Ω/Km;
- gerador numa das extremidades com tensão constante de 550V;
- gerador na outra extremidade com tensão constante de 577V;
- comprimento da linha 18 Km.

Pede-se, quando a linha é percorrida por uma locomotiva, que absorve 1000A, o seguinte:

a) Em que ponto, ao longo da linha, a locomotiva estará sob tensão mínima?

b) Qual o valor dessa tensão?

c) Qual a corrente fornecida pelos geradores?

Dica: i) vide figura 23

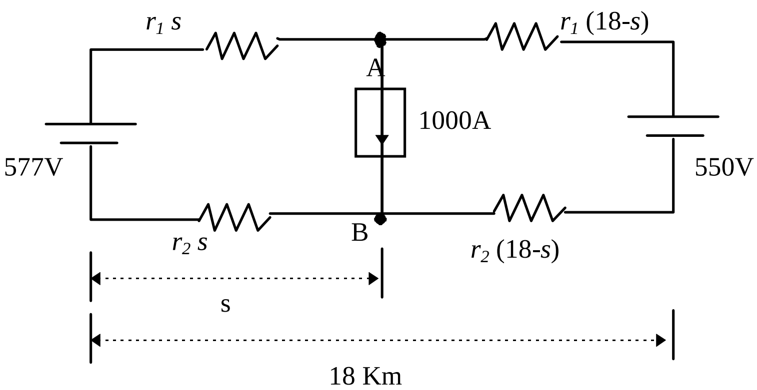


Figura 23 - Circuito para o exercício 5

ii) determine o gerador equivalente de Thévenin visto de A-B, em função de “s”. Determine o ponto de tensão mínima, fazendo *dV/ds*=0 e I=1000A.

6. No circuito da figura 24, quanto vale a intensidade da corrente que passa por R quando a bateria fornece 10A ?. Qual o valor de R nesta condição?

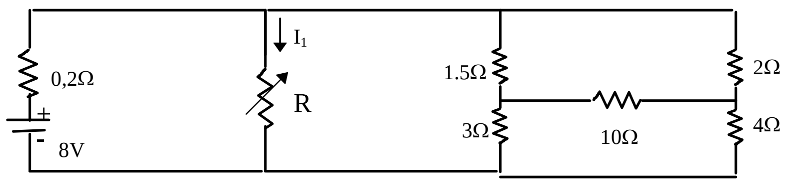


Figura 24 - Circuito para o Exercício 6

7. O diodo é um bipolo elétrico passivo e não linear, com características externas (V x I), conforme apresentado na figura 25. Determine graficamente os valores da corrente e tensão no diodo quando alimentado por uma fonte de tensão CC de tensão em vazio de 10V, e resistência interna de 10Ω.

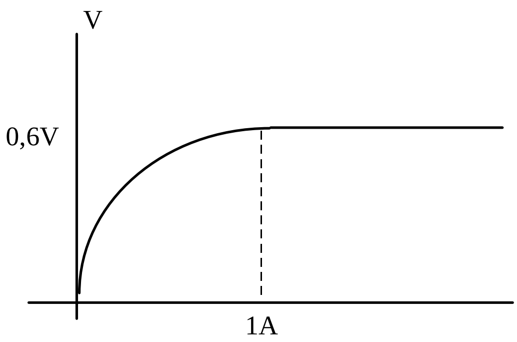


Figura 25 - Característica V x I de um Diodo

8. Para o circuito da figura 26, determine o bipolo ativo equivalente entre os pontos A e B,

a) associando (série e/ou paralelo) os bipolos do circuito;
b) pelo método de Thévenin;

Determine os geradores de Thevenin e Norton entre os pontos A e B. Qual é o valor da corrente quando de um curto circuito entre A e B? Qual o valor da resistência a ser colocada entre A e B de modo que esta absorva a máxima potência?. Nestas condições quais são os valores de I_{AB}, V_{AB} e a potência absorvida?

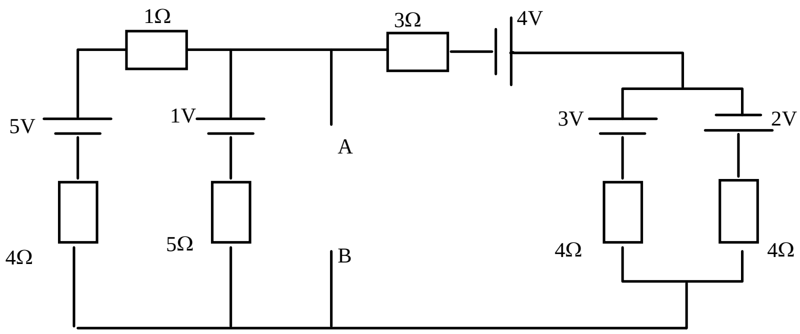


Figura 26 - Circuito para o Exercício 8

9. Para o circuito em ponte da figura 27, pede-se:

a) Demonstre que para se obter I=0 no ramo da resistência *R*, deve-se ter a relação entre as resistências R_1, R_2 dada por $R_1.R=R_2.R_x$. Aplique o método das correntes fictícias de Maxwell nas malhas α e β e lembre-se que, para essa condição a corrente $I=\alpha=\beta$.

b) Como este circuito pode ser utilizado para medição de uma resistência R_x, conhecendo-se o valor das demais resistências do circuito e R_y sendo uma resistência variável? Este Ohmímetro seria sensível à fonte de alimentação (resistência interna e tensão do gerador)?

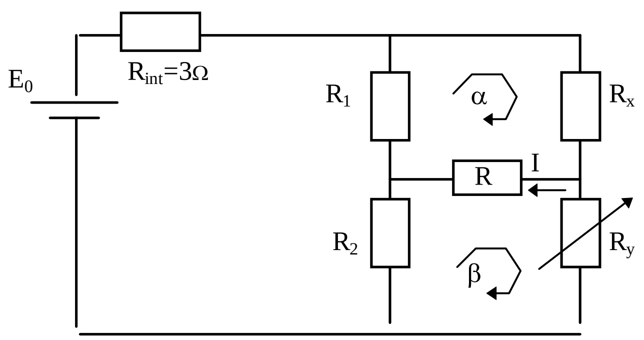


Figura 27 - Circuito em Ponte para o Exercício 9

10. Um sistema de transmissão em corrente contínua é formado por duas usinas localizadas nos pontos A e B, e alimenta três cargas nos pontos C, D e E através de

quatro trechos de linhas de transmissão em corrente contínua, conforme diagrama elétrico abaixo.

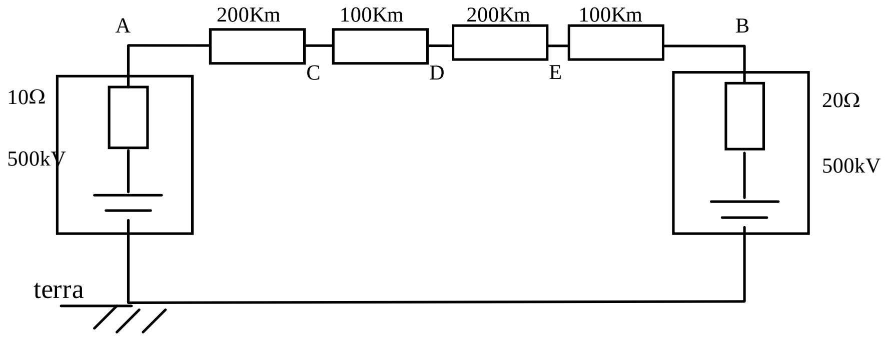


Figura 28 - Circuito para o Exercício 10

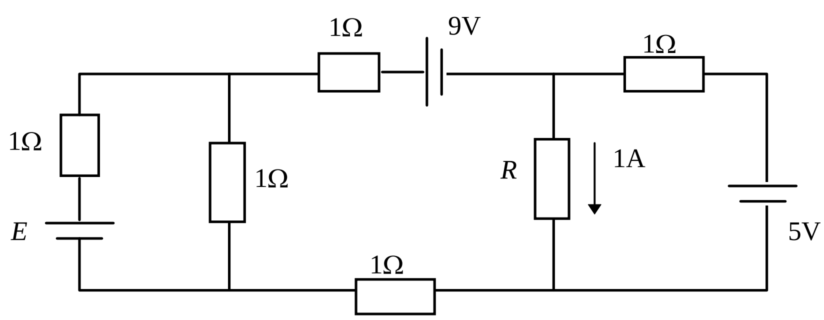
Sabe-se ainda que as cargas em C e E correspondem a resistências de 1000Ω do nó correspondente para o terra e que a resistência dos trechos da linha de transmissão vale 0,2 Ω/Km. Determine:

a) O equivalente de Thévenin do sistema, visto entre o ponto D e a terra;

b) A resistência da carga em D para que seja transferido a ela a máxima potência pelo sistema;

c) Nas condições do item (b), determine as tensões entre os pontos A,B,C,D,E e a terra, e as potências absorvidas pelas cargas, potências perdidas nas linhas e no gerador, e a potência fornecida pelos geradores. Qual é o rendimento do sistema?

11. Para a rede abaixo:



Pede-se:

a) Qual é o valor da f.e.m. E para manter 1A na resistência *R*, quando esta vale 1Ω?

b) Para a f.e.m. obtida no item anterior, qual é o valor de *R* para que sua corrente dobre?

12. Dado o circuito elétrico da figura 30, pede-se:

a) O equivalente de Thévenin entre os pontos A e B;

b) O equivalente de Norton entre os pontos A e B;

c) Os valores de corrente e tensão entre A e B, quando é ligado, entre estes pontos, um dispositivo de característica VxI definida pela equação $V=10(e^{0,5I}-1)$.

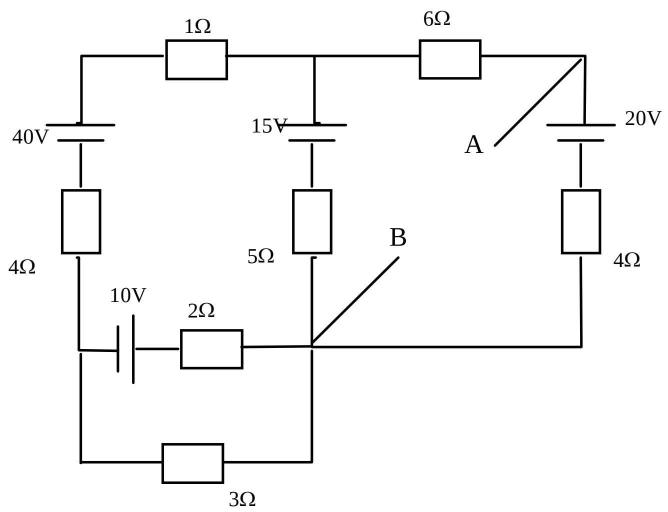


Figura 30 - Circuito para o exercício 12

13. Dadas duas baterias, A e B, com as seguintes características:

a) Tensão em vazio de 12V e corrente de curto-circuito de 30A.

b) Resistência interna de 0,5Ω e tensão nos terminais de 12V quando a corrente é de 1A.

Pede-se:

a) A característica externa VxI da associação série das baterias;

b) A característica externa VxI da associação paralelo das baterias;

c) As potências máximas que podem ser obtidas nos dois casos acima, e o valor da resistência de carga e de tensão em cada caso.