



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ENERGIA E
AUTOMAÇÃO ELÉTRICAS**

ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

PEA - LABORATÓRIO DE INSTALAÇÕES ELÉTRICAS

ENERGIA, POTÊNCIA E FATOR DE POTÊNCIA

Código: EP

ÍNDICE

1. Introdução	03
2. Potência e Energia	03
2.1 - Considerações gerais	03
2.2 - Potência em circuitos monofásicos	04
2.3 - Fator de potência em circuitos monofásicos	09
2.4 - Potência e fator de potência em circuitos trifásicos	12
2.5 - Energia	15
2.6 - Resumo	17
3. Medição de potência, fator de potência e energia	19
3.1 - Medição de potência ativa	19
3.2 - Medição de potência reativa	20
3.3 - Medição do fator de potência	22
3.4 - Medição de energia	22
4. Referências bibliográficas	23

1. INTRODUÇÃO

A presente experiência tem os seguintes objetivos:

- examinar os principais conceitos relativos a energia e potência elétricas em regime permanente senoidal;
- familiarização com os equipamentos destinados à medição de energia e potência em circuitos elétricos.

Neste trabalho a ênfase é colocada nos circuitos de corrente alternada. Assume-se que o leitor esteja familiarizado com o tratamento de tais circuitos, especialmente com relação à representação fasorial de grandezas senoidais. Na referência [1] os circuitos em corrente alternada são abordados em detalhe.

No Capítulo 2 serão abordados detalhadamente os conceitos relativos a potência e energia, enquanto que no Capítulo 3 serão analisadas as principais técnicas de medição de ambas grandezas.

2. POTÊNCIA E ENERGIA

2.1 - Considerações gerais

Os conceitos de energia e potência elétricas são análogos àqueles estudados em Mecânica. A idéia de energia é relativamente abstrata e, no caso de dispositivos elétricos, pode ser estabelecida como sendo o trabalho requerido pelo dispositivo para realizar tarefas tais como aquecer água por efeito Joule, acionar cargas mecânicas através de motores elétricos, produzir luz, etc. Uma conceituação mais informal diz que energia é “tudo aquilo que se paga e não se vê”.

Como a energia absorvida por um equipamento depende do tempo em que o mesmo se encontrar em operação, o conceito de potência surge naturalmente com o intuito de eliminar essa dependência temporal. Potência é a taxa com a qual a energia é fornecida ou absorvida por um determinado equipamento ao longo do tempo. Formalmente, tem-se:

$$p(t) = \frac{d}{dt} e(t) , \quad (2.1)$$

onde $e(t)$ = energia absorvida/fornecida por um dispositivo elétrico qualquer, em função do tempo;
 $p(t)$ = potência instantânea absorvida/fornecida pelo dispositivo.

Para ilustrar o conceito de potência, considere-se um ciclista que tem que subir uma ladeira. A energia que ele terá que despendar nessa tarefa praticamente não depende da velocidade com a qual ele pedala. Entretanto, a potência desenvolvida dependerá diretamente de sua velocidade; quanto maior a velocidade, maior será a potência necessária.

A importância de se utilizar a energia elétrica decorre das seguintes características:

- a energia elétrica é relativamente fácil de ser produzida e transportada;
- o rendimento dos equipamentos elétricos é normalmente elevado, em geral acima de 85% para motores e acima de 90% para transformadores;
- a energia elétrica está presente em muitas das transformações de energia que são necessárias no mundo tecnológico atual (conversão elétrica/mecânica e vice-versa, conversão química/elétrica, conversão nuclear/elétrica, etc.).

Uma desvantagem própria da energia elétrica é a dificuldade em armazená-la. Embora a tecnologia de armazenamento esteja atualmente em fase de rápido desenvolvimento, neste aspecto a energia elétrica ainda não compete com outras fontes como o petróleo. A energia específica (relação entre a energia disponível em um determinado dispositivo e o peso do mesmo) de uma bateria convencional de ácido e chumbo situa-se na casa dos 30 kcal/kg, enquanto que o poder calorífico da gasolina automotiva é de 11220 kcal/kg (relação de aproximadamente 1:370).

As grandezas elétricas fundamentais no estudo de energia elétrica são a tensão e a corrente, conceitos que serão considerados como conhecidos no contexto deste trabalho. Tensão e corrente podem ser vistas como as grandezas que definem a *característica externa* dos dispositivos elétricos, da mesma forma que torque e rotação permitem estabelecer a característica externa de um motor de combustão, ou que pressão e vazão definem o comportamento de um sistema fluido. A Figura 2.1 mostra como serão tratados os dispositivos elétricos no presente trabalho.



Figura 2.1 - Dispositivo elétrico descrito pela sua característica externa

Nessas condições a potência elétrica absorvida por um dispositivo é dada por:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) , \quad (2.2)$$

onde $p(t)$ = potência elétrica instantânea;

$v(t)$ = tensão instantânea entre os terminais do dispositivo;

$i(t)$ = corrente instantânea entrando e saindo do dispositivo.

Em vista das Eqs. (2.1) e (2.2), a energia absorvida será dada por:

$$e(t) = \int_0^t p(t) dt = \int_0^t v(t) \cdot i(t) dt . \quad (2.3)$$

Nos próximos itens, os conceitos de potência e energia elétricas serão abordados detalhadamente.

2.2 - Potência em circuitos monofásicos

Seja o circuito monofásico representado na Figura 2.2, no qual foi adotada a convenção de carga para tensão e corrente.

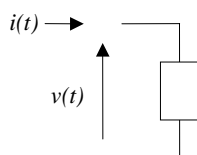


Figura 2.2 - Circuito monofásico

A **potência instantânea** $p(t)$ absorvida pelo bipolo é dada por:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \quad (\text{W}) \quad (2.4)$$

A adoção da convenção de carga para tensão e corrente implica em que a potência instantânea $p(t)$, definida pela Eq. (2.4), é a potência instantânea **absorvida** pelo circuito monofásico. Assim, o circuito absorverá potência sempre que o produto $v(t) \cdot i(t)$ for positivo, e fornecerá potência sempre que o mesmo produto for negativo. A unidade de medida da potência instantânea no Sistema Internacional é o *watt* (W).

Admitindo-se que a tensão e a corrente no circuito da Figura 2.2 sejam grandezas senoidais dadas por:

$$v(t) = V_{max} \cos(\omega t + \theta) \quad (2.5a)$$

$$i(t) = I_{max} \cos(\omega t + \delta), \quad (2.5b)$$

onde V_{max} = valor máximo da tensão (V);
 θ = fase inicial da tensão (rad);
 I_{max} = valor máximo da corrente (A);
 δ = fase inicial da corrente (rad);
 ω = frequência angular da rede (rad/s),

resulta para a potência instantânea absorvida pelo circuito:

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t) \cdot i(t) = V_{max} \cos(\omega t + \theta) \cdot I_{max} \cos(\omega t + \delta) = \Lambda \\ &= \frac{V_{max} I_{max}}{2} \cos \varphi + \frac{V_{max} I_{max}}{2} \cos(2\omega t + \theta + \delta) = \\ &= VI \cos \varphi + VI \cos(2\omega t + \theta + \delta), \end{aligned} \quad (2.6)$$

onde $V = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$ = valor eficaz da tensão senoidal (V);
 $I = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$ = valor eficaz da corrente senoidal (A);
 $\varphi = \theta - \delta$ = diferença de fase entre tensão e corrente, **nesse sentido** (rad).

A interpretação do valor eficaz de uma tensão é a seguinte: um resistor alimentado por tensão senoidal de valor eficaz V dissipa, durante um determinado número inteiro de ciclos, a mesma energia que ele dissiparia, no mesmo período, se fosse alimentado por tensão contínua de valor V . Demonstra-se [1] que o valor eficaz de uma grandeza senoidal é $1/\sqrt{2}$ do valor máximo da grandeza.

A Eq. (2.6) mostra que a potência instantânea absorvida pelo circuito monofásico é composta de duas parcelas, uma constante com o tempo ($VI \cos \varphi$) e uma flutuante com o **dobro da frequência** da rede ($VI \cos(2\omega t + \theta + \delta)$). A Figura 2.3 mostra a variação temporal da potência $p(t)$. Nesta figura é possível observar que a potência instantânea pode assumir valores negativos, indicando que nesses instantes o bipolo devolve energia à rede que o alimenta.

Na prática, somente o valor médio de $p(t)$ será de interesse, já que ele não depende do instante considerado. Assim, define-se **potência ativa** P como sendo o valor médio de $p(t)$ ao longo do tempo:

$$P = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = VI \cos \varphi . \quad (2.7)$$

A potência ativa, medida em *watt* (W), representa a potência transformada em calor ou em trabalho no circuito elétrico. O cosseno do ângulo φ recebe também o nome de **fator de potência**.

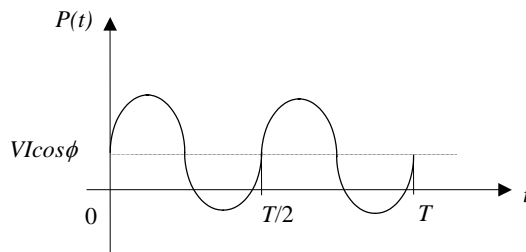


Figura 2.3 - Potência instantânea $p(t)$

O ângulo φ representa a diferença de fase entre tensão e corrente, e também é o ângulo da impedância do circuito quando as grandezas senoidais são representadas por fasores. Este ângulo pode variar entre -90° (tensão atrasada de 90° em relação à corrente, ou circuito puramente capacitivo) e $+90^\circ$ (tensão adiantada de 90° em relação à corrente, ou circuito puramente indutivo). Nos casos extremos de circuitos puramente capacitivos ou puramente indutivos, verifica-se facilmente que a potência ativa absorvida é nula:

$$P_{cap} = VI \cos(-90^\circ) = P_{ind} = VI \cos 90^\circ = 0 .$$

Esta condição corresponde, no gráfico da Figura 2.3, a uma senoide cujo valor médio é nulo, de forma que nesta situação o bipolo absorve energia da rede durante um quarto de ciclo e a devolve integralmente à rede no quarto de ciclo seguinte (a frequência da potência é o dobro da frequência de tensões e correntes). Nesta situação o bipolo não dissipa nenhuma energia.

Destaca-se também o importante caso particular em que $\varphi = 0$ (tensão e corrente em fase, ou circuito puramente resistivo). Neste caso, a potência instantânea nunca é negativa, significando que em nenhum instante o bipolo devolve energia à rede (toda a energia que ele recebe da rede é dissipada).

Observa-se que quando se dispõe dos valores eficazes de tensão e corrente e também da potência ativa absorvida por um circuito, não é possível determinar a natureza capacitiva ou indutiva do circuito. Isto se deve ao fato de a função cosseno ser par ($\cos \varphi = \cos(-\varphi)$), de forma que dois valores do ângulo φ satisfazem a Eq. (2.7) ($-\varphi$ e $+\varphi$). Esta indeterminação é removida definindo-se a chamada **potência reativa** Q absorvida pelo circuito:

$$Q = VI \sin \varphi . \quad (2.8)$$

De acordo com a Eq. (2.8) e a definição do ângulo φ (Eq. (2.6)), conclui-se que a potência reativa absorvida por um circuito indutivo é positiva ($\varphi > 0$), enquanto que a potência reativa absorvida por um circuito capacitivo é negativa ($\varphi < 0$). Assim, um circuito capacitivo pode ser visto como um gerador de potência reativa.

A unidade de medida da potência reativa é o *volt-ampère reativo* (VA_r). Dimensionalmente, volt-ampère reativo e watt são unidades semelhantes; a distinção entre ambas é feita com o simples intuito de se evitar confusão.

Em um circuito qualquer a conservação das potências ativas (isto é, soma das potências geradas igual à soma das potências absorvidas) é garantida pelo princípio de conservação da energia (princípio físico).

No caso da potência reativa, embora ela seja uma entidade puramente matemática, existe o *Teorema de Conservação das Potências Reativas*, o qual garante a igualdade entre a soma das potências reativas geradas e absorvidas em um circuito elétrico. A conservação das potências ativa e reativa é extremamente útil na resolução de circuitos em corrente alternada.

No estudo de circuitos em corrente alternada define-se também a **potência aparente** S :

$$S = VI \quad (2.9)$$

A definição dada pela Eq. (2.9) tem por finalidade explorar a analogia com os circuitos em corrente contínua, nos quais a potência é dada pelo produto entre tensão e corrente. A unidade de medida da potência aparente é o *volt-ampère* (VA), o qual é dimensionalmente semelhante ao watt e ao volt-ampère reativo.

Em vista das Eqs. (2.7), (2.8) e (2.9) pode-se obter as seguintes relações entre as potências ativa, reativa e aparente:

$$P^2 + Q^2 = (VI \cos \varphi)^2 + (VI \sin \varphi)^2 = (VI)^2 = S^2 \quad (2.10a)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (2.10b)$$

$$P = S \cos \varphi \quad (2.10c)$$

$$Q = S \sin \varphi . \quad (2.10d)$$

Um outro conceito útil em termos de potência é o de **potência complexa** \bar{S} :

$$\bar{S} = P + jQ = VI \cos \varphi + jVI \sin \varphi = S/\underline{\varphi} . \quad (2.11)$$

A potência complexa é simplesmente o número complexo \bar{S} cuja parte real é dada pela potência ativa (P) e cuja parte imaginária é dada pela potência reativa (Q). A unidade de medida da potência complexa é o volt-ampère, da mesma forma que no caso da potência aparente. É importante destacar que o número complexo \bar{S} **não** é um fasor, já que ele não representa nenhuma grandeza alternativa senoidal.

A potência complexa \bar{S} pode também ser calculada através do produto do fasor da tensão pelo complexo conjugado do fasor da corrente:

$$\bar{S} = V/\theta \cdot I/(-\delta) = VI/\theta - \delta = VI/\underline{\varphi} = VI \cos \varphi + jVI \sin \varphi = P + jQ = \bar{S} , \quad (2.12)$$

onde V/θ e I/δ são os fasores associados à tensão e à corrente, respectivamente, e o asterisco indica o complexo conjugado do fasor da corrente.

Sendo a conservação da potência ativa garantida por um princípio físico e a conservação da potência reativa garantida por um teorema matemático, resulta imediatamente que a potência complexa $\bar{S} = P + jQ$ também se conserva em um circuito elétrico qualquer. O mesmo não acontece, entretanto, para a potência aparente S , exceto no caso em que todos os ângulos φ_i no circuito são iguais. Este ponto é ilustrado pelo exemplo a seguir.

Exemplo

Duas cargas monofásicas A e B são ligadas em paralelo. A carga A absorve 40 kW e 10 kVAr, enquanto que a carga B absorve 25 kW e 20 kVAr. Pedem-se determinar:

- a) a potência aparente absorvida por cada uma das cargas;
- b) o fator de potência de ambas cargas;
- c) as potências ativa, reativa e aparente absorvidas pelo conjunto.

Resolução:

a) Para a carga A tem-se: $S_A = \sqrt{P_A^2 + Q_A^2} = \sqrt{40.40 + 10.10} = 41,231 \text{ kVA}$,
 enquanto que para a carga B tem-se: $S_B = \sqrt{P_B^2 + Q_B^2} = \sqrt{25.25 + 20.20} = 32,016 \text{ kVA}$.

b) Para a carga A tem-se: $\cos \varphi_A = \frac{P_A}{S_A} = \frac{40}{41,231} = 0,9701$ indutivo,
 e para a carga B: $\cos \varphi_B = \frac{P_B}{S_B} = \frac{25}{32,016} = 0,7809$ indutivo.

c) Potência ativa do conjunto: $P_C = P_A + P_B = 40 + 25 = 65 \text{ kW}$;
 Potência reativa do conjunto: $Q_C = Q_A + Q_B = 10 + 20 = 30 \text{ kVAr}$;
 Potência aparente do conjunto: $S_C = \sqrt{P_C^2 + Q_C^2} = \sqrt{65.65 + 30.30} = 71,589 \text{ kVA}$.

No cálculo da potência aparente do conjunto, se tivéssemos somado os valores S_A e S_B (41,231 e 32,016 respectivamente) teríamos obtido o valor 73,247 (**incorreto!!**).

Suponhamos agora que o valor da potência reativa absorvida pela carga B passe a ser 6,25 kVAr. Refazendo os cálculos, obtemos neste caso:

- nova potência aparente absorvida pela carga B:

$$S_B = \sqrt{P_B^2 + Q_B^2} = \sqrt{25.25 + 6,25.6,25} = 25,769 \text{ kVA};$$

- novo fator de potência da carga B: $\cos \varphi_B = \frac{P_B}{S_B} = \frac{25}{25,769} = 0,9701$ indutivo (o mesmo da carga A);

- novo valor da potência aparente do conjunto: $S_C = \sqrt{65.65 + (10 + 6,25)^2} = 67 \text{ kVA}$.

Neste caso particular, onde ambas cargas têm o mesmo fator de potência (ou o mesmo ângulo da impedância), a potência aparente do conjunto (67 kVA) coincide com a soma das potências aparentes individuais (41,231 e 25,769 kVA). No entanto, para se evitar erros, a potência aparente total de um conjunto de cargas deve sempre ser calculada através das potências ativa e reativa totais.

2.3 - Fator de potência em circuitos monofásicos

A Figura 2.4 mostra um circuito monofásico simples, no qual uma carga indutiva é suprida através de um alimentador.

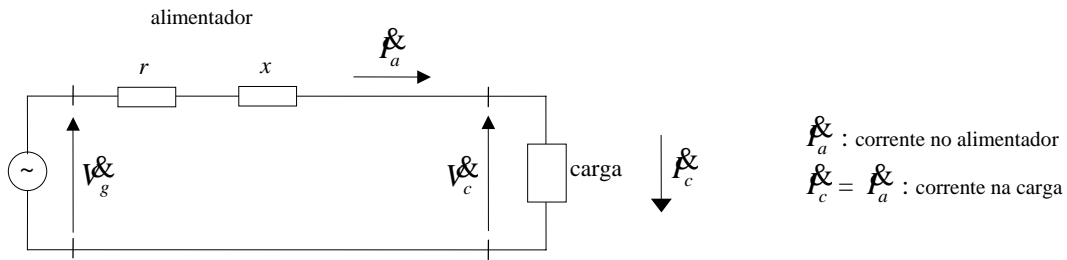


Figura 2.4 - Carga indutiva e alimentador

Uma questão que se coloca no caso de cargas indutivas (caso mais comum) é a seguinte: é possível diminuir a corrente no alimentador (I_a), de forma a diminuir as perdas por efeito joule ($R_a I_a^2$), sem que sejam alteradas as condições de operação da carga? Para responder esta questão é necessário desenhar o diagrama fasorial da corrente no alimentador, conforme mostra a Figura 2.5.

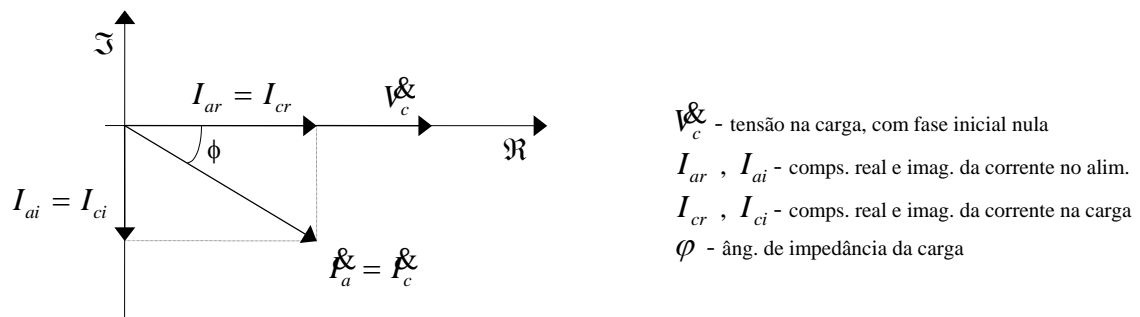


Figura 2.5 - Diagrama fasorial da corrente no alimentador

Se a componente imaginária da corrente no alimentador (I_{ai}) pudesse ser eliminada, então a nova corrente no alimentador seria igual à própria componente real I_{ar} , cuja magnitude é menor que o módulo de I_a ($I_{ar} < |I_a|$ sempre que for $\phi \neq 0$). A maneira de se eliminar a componente I_{ai} é através da conexão de um capacitor conveniente em paralelo com a carga, conforme mostra a Figura 2.6. O correspondente diagrama fasorial é apresentado na Figura 2.7.

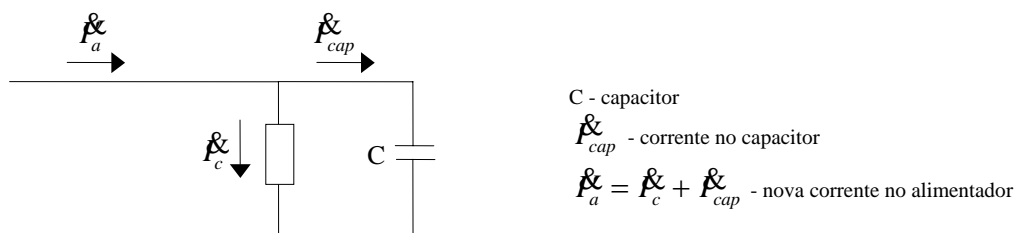


Figura 2.6 - Capacitor ligado em paralelo com carga indutiva

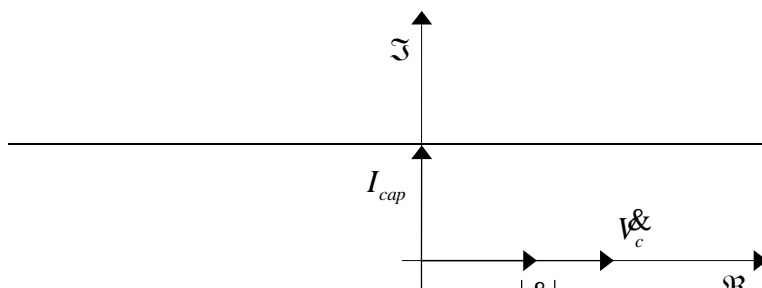


Figura 2.7 - Diagrama fasorial do conjunto carga + capacitor

Conforme mostra a Figura 2.7, o capacitor adiciona uma corrente \hat{I}_{cap} adiantada de 90° em relação à tensão na carga (\hat{V}_c). Se o capacitor for escolhido de forma que a corrente \hat{I}_{cap} seja em magnitude igual à componente imaginária da corrente de carga (I_{ci}), a componente imaginária da nova corrente no alimentador resultará nula. Formalmente, tem-se:

$$\begin{aligned}\hat{I}_a &= \hat{I}_c + \hat{I}_{cap} \\ &= I_{cr} - jI_{ci} + jI_{cap} \\ &= I_{cr} + j(I_{cap} - I_{ci}) \\ &= I_{cr} + j0,\end{aligned}$$

pois $I_{cap} = I_{ci}$. Nestas condições, a corrente no alimentador é mínima e igual à parcela ativa da corrente de carga ($I_{cr} = I_c \cos \varphi$).

O problema acima descrito, denominado de *problema da correção do fator de potência*, pode ser visto de uma maneira mais física e intuitiva. Quando o capacitor foi ligado em paralelo com a carga, ele passou a fornecer, localmente, a potência reativa demandada pela carga indutiva. Conseqüentemente essa potência reativa deixou de ser transportada através do alimentador, diminuindo assim a corrente e as perdas no mesmo. Os benefícios de se trabalhar com fatores de potência próximos da unidade (ou com ângulos φ próximos de zero) são os seguintes:

- redução das perdas no alimentador, devido à diminuição da corrente;
- aumento da capacidade de transporte de potência do alimentador, ou seja, outras cargas poderão ser ligadas em paralelo sem que ocorra sobreaquecimento no alimentador (aproveitamento da diminuição de corrente propiciada pelo capacitor);
- a colocação do capacitor permite também melhorar os níveis de tensão das próprias cargas. Normalmente, é a tensão no início do alimentador (\hat{V}_g na Figura 2.4) que se mantém constante por intermédio de dispositivos de controle existentes no sistema elétrico. A tensão na carga (\hat{V}_c) resulta determinada pela tensão \hat{V}_g e pela queda de tensão no alimentador:

$$\hat{V}_c = \hat{V}_g - (R_a + jX_a)\hat{I}_a. \quad (2.13)$$

A expressão (2.13) mostra que quanto menor for a corrente no alimentador, menor será a queda de tensão $(R_a + jX_a)\hat{I}_a$, resultando em uma tensão na carga mais próxima da tensão no início do alimentador.

O problema da correção do fator de potência é normalmente formulado da seguinte forma:

Determinar a capacitância de um capacitor a ser instalado em paralelo com uma carga de fator de potência $\cos\phi$ de forma que o fator de potência do conjunto *carga+capacitor* seja $\cos\phi'$.

Para resolução deste problema, considere-se as seguintes situações (Q_{cap} representa a potência reativa que será fornecida pelo capacitor)

Carga sem capacitorPot. ativa absorvida: P Pot. reativa absorvida: Q

$$\tan \varphi = \frac{Q}{P} \quad \text{ou} \quad Q = P \tan \varphi$$

Portanto,

$$\tan \varphi' = \frac{Q - Q_{cap}}{P} = \frac{P \tan \varphi - Q_{cap}}{P}$$

ou

$$Q_{cap} = P \tan \varphi - P \tan \varphi' = V_c^2 \omega C$$

donde

$$C = \frac{P(\tan \varphi - \tan \varphi')}{V_c^2 \omega}. \quad (2.14)$$

A expressão (2.14) permite determinar a capacitância C , em farad, de forma a conduzir o fator de potência de um valor inicial $\cos \varphi$ a um valor final $\cos \varphi'$. Evidentemente, caso se deseje especificar um fator de potência final de natureza capacitiva, o ângulo φ' deverá ser escolhido com valor negativo.

É oportuno mencionar que no caso de consumidores industriais, as concessionárias normalmente cobram uma multa específica para valores médios horários do fator de potência abaixo de um determinado valor, usualmente 0,92 indutivo durante o dia e 0,92 capacitivo durante a madrugada. Assim, o consumidor é levado a tomar medidas próprias para corrigir seu fator de potência. Finalmente, cumpre destacar que na avaliação dos benefícios advindos da correção do fator de potência, devem também ser levados em conta os custos associados com a instalação e a manutenção dos bancos de capacitores.

2.4 - Potência e fator de potência em circuitos trifásicos

Os conceitos relativos a potência apresentados nos sub-itens precedentes são facilmente generalizados para o caso de circuitos trifásicos. Assim, seja por exemplo a carga trifásica ligada em estrela representada na Figura 2.8.

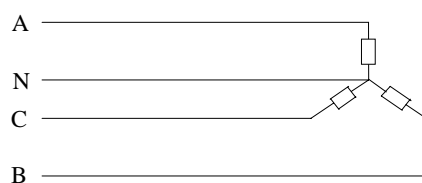


Figura 2.8 - Carga trifásica ligada em estrela

Assumindo as seguintes hipóteses:

- (i) as tensões de fase são dadas por:

$$v_{AN}(t) = V_f \cos \omega t,$$

$$v_{BN}(t) = V_f \cos(\omega t - 120^\circ),$$

$$v_{CN}(t) = V_f \cos(\omega t + 120^\circ),$$

ou seja, trata-se de sistema trifásico simétrico de seqüência positiva;

- (ii) as correntes de fase, que na ligação estrela são iguais às correspondentes correntes de linha, possuem valor eficaz I_f e estão atrasadas de um ângulo φ em relação às correspondentes tensões de fase (ou seja, as 3 impedâncias são indutivas e seu ângulo é φ);

resulta para a potência ativa absorvida em cada fase:

$$\begin{aligned} p_A(t) &= v_{AN}(t) \cdot i_A(t) = V_f \cos \omega t \cdot I_f \cos(\omega t - \varphi) = V_f I_f \cos \varphi + V_f I_f \cos(2\omega t - \varphi); \\ p_B(t) &= v_{BN}(t) \cdot i_B(t) = V_f \cos(\omega t - 120^\circ) \cdot I_f \cos(\omega t - \varphi - 120^\circ) \\ &= V_f I_f \cos \varphi + V_f I_f \cos(2\omega t - \varphi - 240^\circ); \\ p_C(t) &= v_{CN}(t) \cdot i_C(t) = V_f \cos(\omega t + 120^\circ) \cdot I_f \cos(\omega t - \varphi + 120^\circ) \\ &= V_f I_f \cos \varphi + V_f I_f \cos(2\omega t - \varphi + 240^\circ). \end{aligned}$$

Nessas condições, define-se **potência trifásica instantânea** $p_{3\phi}(t)$ à soma das potências ativas instantâneas absorvidas em cada fase:

$$p_{3\phi}(t) = p_A(t) + p_B(t) + p_C(t) = 3V_f I_f \cos \varphi. \quad (2.15)$$

A Eq. (2.15) mostra que em um sistema trifásico simétrico com carga equilibrada as parcelas de potência fluante de cada fase se cancelam mutuamente, de forma que a potência trifásica instantânea resulta constante no tempo. Analogamente ao caso monofásico, define-se **potência ativa trifásica** $P_{3\phi}$ ao valor médio da potência trifásica instantânea:

$$P_{3\phi} = \frac{1}{T} \int_0^T p_{3\phi}(t) dt = p_{3\phi}(t) = 3V_f I_f \cos \varphi. \quad (2.16)$$

A Eq. (2.16) fornece a potência ativa total absorvida por uma carga trifásica uma vez que são conhecidas a tensão de fase e a corrente de fase na carga e o ângulo φ . Como na ligação estrela as correspondentes grandezas de linha, V_L e I_L , são dadas por:

$$\begin{aligned} V_L &= \sqrt{3}V_f, \\ I_L &= I_f, \end{aligned}$$

é possível escrever a Eq. (2.16) da seguinte forma:

$$P_{3\phi} = \sqrt{3}V_L I_L \cos \varphi, \quad (2.17)$$

a qual fornece a potência ativa trifásica a partir da tensão de linha e da corrente de linha na carga. Demonstra-se facilmente que a Eq. (2.17) vale também para carga ligada em triângulo. É extremamente importante destacar que o ângulo φ na Eq. (2.17) **não** é igual à diferença de fase entre tensão de linha e corrente de linha, já que entre ambas grandezas de linha há uma diferença adicional de 30° , tanto na ligação estrela como na ligação triângulo. Assim, o ângulo φ na Eq. (2.17) continua tendo o mesmo significado que antes, isto é, ele representa a diferença de fase na impedância da carga.

Analogamente aos circuitos monofásicos, no caso trifásico também se utilizam os conceitos de potência reativa trifásica, potência aparente trifásica e potência complexa trifásica, as quais são dadas por:

$$\begin{aligned} \text{pot. reativa trifásica:} \quad Q_{3\phi} &= 3V_f I_f \sin \varphi = \sqrt{3}V_L I_L \sin \varphi & (\text{VAR}), \\ \text{pot. aparente trifásica:} \quad S_{3\phi} &= 3V_f I_f = \sqrt{3}V_L I_L = \sqrt{P_{3\phi}^2 + Q_{3\phi}^2} & (\text{VA}), \end{aligned}$$

$$\text{pot. complexa trifásica: } \bar{S}_{3\phi} = P_{3\phi} + jQ_{3\phi} = \sqrt{3}V_L I_L \cos\varphi + j\sqrt{3}V_L I_L \sin\varphi = S_{3\phi}/\varphi \quad (\text{VA}), \quad (2.18)$$

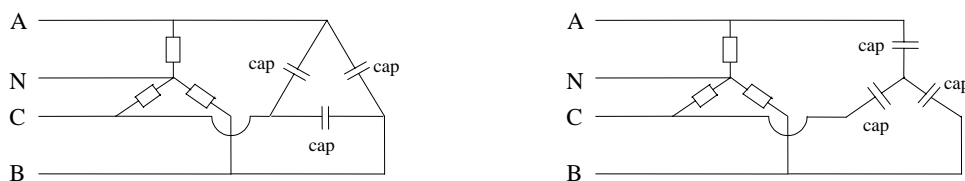
É oportuno lembrar que a conservação da potência ativa trifásica em um circuito elétrico é garantida pelo princípio físico de conservação da energia, enquanto que a conservação da potência reativa é garantida pelo correspondente teorema de conservação. Evidentemente, a conservação das potências ativa e reativa trifásicas implica na conservação da potência complexa trifásica. A conservação da potência aparente só é verificada quando todos os elementos do circuito possuem o mesmo ângulo de potência φ .

A correção do fator de potência de cargas trifásicas é realizada através da ligação de capacitores em paralelo com a carga. Utilizando os resultados alcançados no caso de circuitos monofásicos (item 2.3), a potência reativa por fase Q_f , necessária para conduzir o fator de potência do valor $\cos\varphi$ ao valor $\cos\varphi'$, pode ser calculada através de:

$$Q_{cap3\phi} = Q_{3\phi} - Q'_{3\phi} = P_{3\phi}(\tan\varphi - \tan\varphi')$$

$$\text{e } Q_f = \frac{Q_{cap3\phi}}{3} = \frac{P_{3\phi}}{3}(\tan\varphi - \tan\varphi').$$

Os capacitores podem neste caso ser ligados em triângulo ou em estrela, conforme mostra a Figura 2.9.



(a) - ligação dos capacitores em triângulo

(b) - ligação dos capacitores em estrela

Figura 2.9 - Correção do fator de potência em circuitos trifásicos

Para se alcançar uma potência reativa por fase Q_f , cada capacitor da ligação estrela deverá ter sua capacitância igual a:

$$C_Y = \frac{Q_f}{(V_L/\sqrt{3})^2 \omega} = \frac{3Q_f}{V_L^2 \omega}, \quad (2.19)$$

enquanto que na ligação triângulo essa capacitância deverá ser:

$$C_{\Delta} = \frac{Q_f}{V_L^2 \omega} = \frac{1}{3} C_Y. \quad (2.20)$$

2.5 - Energia

A energia elétrica absorvida por uma carga representa o trabalho realizado pela carga, a menos das perdas que eventualmente ocorram no processo de utilização da energia. A unidade de medida de energia no Sistema Internacional é o *joule* (J), que é equivalente ao watt-segundo:

$$1 \text{ J} = 1 \text{ W.s} = \frac{1}{4,18} \text{ cal}.$$

Sendo o joule uma quantidade de energia relativamente pequena, é normal em sistemas elétricos utilizar-se o *quilowatt-hora* (kWh), que corresponde à energia absorvida por uma carga de potência 1 kW trabalhando durante 1 hora:

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

Também são empregados o *megawatt-hora* (MWh) e o *gigawatt-hora* (GWh):

$$1 \text{ GWh} = 1000 \text{ MWh} = 10^6 \text{ kWh}.$$

Para dar uma idéia acerca das unidades empregadas, a energia consumida ao fim de 1 mês por uma lâmpada de 100 W que permanece acesa 5 horas por dia é:

$$100 \cdot 5 \cdot 30 = 15\,000 \text{ Wh} = 15 \text{ kWh}.$$

O consumo de energia elétrica normalmente apresenta um comportamento periódico que reflete as atividades quotidianas desenvolvidas pelos consumidores do sistema elétrico. A Figura 2.10 mostra uma curva diária de carga típica de um consumidor residencial.

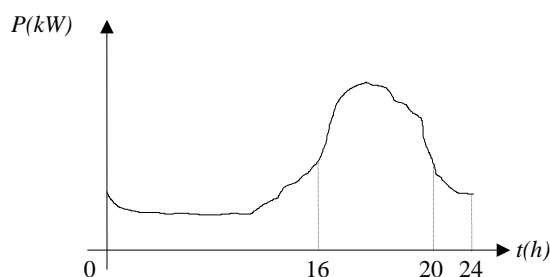


Figura 2.10 - Curva diária de carga de consumidor residencial

Como era de se esperar, nas horas da madrugada o consumo é praticamente nulo. Além disso, o valor máximo de consumo ocorre em torno das 18 h, quando a carga de iluminação e outros equipamentos é elevada.

Curvas diárias de carga como a da Figura 2.10 podem ser associadas a cada dia da semana. Em particular, o consumo de energia elétrica em sábados, domingos e feriados sofre uma redução em comparação com os dias úteis.

A variação climática anual (ciclo das estações, ou sazonal) tem também um impacto considerável no consumo de eletricidade, levando a um comportamento periódico anual da energia elétrica consumida. Assim, para descrever o hábito de consumo de uma forma mais realística, a curva diária de carga da Figura 2.10 deve ser complementada utilizando-se uma curva anual de carga, análoga à curva diária, na qual o período de tempo no eixo das abcissas é de 12 meses.

A tarifação da energia elétrica normalmente leva em consideração os seguintes aspectos do hábito de consumo:

- energia elétrica consumida em um determinado período de tempo;
- demanda máxima da curva de carga no mesmo período de tempo.

Um sistema de tarifação no qual os aspectos acima são levados em conta é denominado de tarifação *binômica*. A energia elétrica consumida, sendo a integral da potência instantânea absorvida, é dada pela área sob a curva de carga. No caso da curva diária de carga da Figura 2.10, tal área fornece a energia elétrica absorvida em um dia. A tarifação da energia consumida está associada ao custo operacional da companhia concessionária de eletricidade, isto é, a quanto a companhia gasta para fornecer a energia requerida pelos consumidores.

A tarifação da demanda máxima do consumidor, por outro lado, reflete os custos de investimento (capital) que a concessionária deverá desembolsar para construir sistemas elétricos que sejam capazes de suportar a potência máxima (ou corrente máxima) demandada pelos consumidores.

Para ilustrar os conceitos de tarifação por energia e por demanda máxima, sejam dois consumidores com as curvas diárias de carga representadas na Figura 2.11.

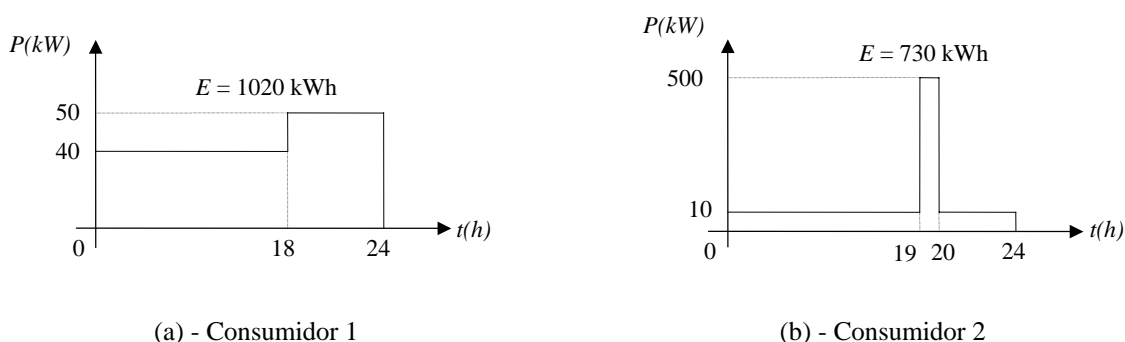


Figura 2.11 - Curvas diárias de carga

Da Figura 2.11 observa-se que o Consumidor 2 absorve menos energia que o Consumidor 1; porém, sua demanda máxima é 10 vezes maior que a demanda máxima do Consumidor 1. Por esta razão, a concessionária deverá fazer um investimento maior para atender o Consumidor 2 (por exemplo, instalando cabos de bitola maior e transformadores de maior potência nominal). Desta forma, para efeito de tarifação a concessionária tem que levar em conta não somente a energia elétrica fornecida, mas também a demanda máxima dos consumidores.

Os consumidores de uma determinada companhia são normalmente classificados nas seguintes categorias, as quais possuem hábitos de consumo próprios:

- consumidores residenciais;
- consumidores comerciais;
- consumidores industriais;
- serviços públicos;
- outros.

Os consumidores residenciais constituem normalmente a grande maioria do total de consumidores das concessionárias. Se as companhias instalassem um medidor de demanda máxima para cada consumidor residencial, o desembolso de capital se tornaria proibitivamente elevado. Assim, no caso particular dos consumidores residenciais (e também alguns comerciais e industriais), somente um medidor de energia é instalado e a tarifação é feita com base na energia elétrica absorvida. O valor da demanda máxima é considerado indiretamente, como será visto a seguir.

A estimativa da demanda máxima de consumidores residenciais é de fundamental importância pois permite dimensionar os sistemas de distribuição (bitola de condutores, potência nominal de transformadores, etc.) e também executar estudos de planejamento da expansão do sistema para atender o crescimento de longo prazo da carga. O parâmetro que permite associar a demanda máxima à energia absorvida é o denominado *fator de carga*, f_c , dado pela seguinte expressão:

$$f_c = \frac{D_{méd}}{D_{máx}} = \frac{\varepsilon}{T} \cdot \frac{1}{D_{máx}} = \frac{\varepsilon}{D_{máx} T} \leq 1, \quad (2.21)$$

- onde $D_{méd}$ = demanda média no período de tempo considerado (kW, MW).
 $D_{máx}$ = demanda máxima no período (kW, MW).
 T = período de tempo considerado (dia, mês, ano);
 ε = energia absorvida no período (kWh, MWh);

A determinação do fator de carga de consumidores residenciais é feita com base em estudos estatísticos onde um elevado número de consumidores é estudado. De posse de um valor médio confiável para o fator de carga e da energia absorvida por um determinado consumidor, é possível estimar sua demanda máxima através da Eq. (2.21).

Para ilustrar o conceito de fator de carga, destaca-se que o Consumidor 1 representado na Figura 2.11a possui um elevado fator de carga (0,85), enquanto que o Consumidor 2 da Figura 2.11b possui um fator de carga muito baixo (0,06).

2.6 - Resumo

Os principais conceitos e relações estabelecidos nos itens precedentes são resumidos a seguir.

1. Conceitos principais

- potência ativa P (W): expressa o valor médio da potência instantânea $p(t)$. Corresponde à energia que é convertida em calor ou trabalho. Em um circuito elétrico, a soma de todas as potências ativas é zero.
- potência reativa Q (VAr): entidade matemática que fornece informações sobre a natureza indutiva ou capacitiva da carga ($Q_{absorvido} > 0$ corresponde a carga indutiva; $Q_{absorvido} < 0$ corresponde a carga capacitiva). Em um circuito elétrico, a soma de todas as potências reativas é zero.
- potência aparente S (VA): entidade matemática que explora a analogia com os circuitos em corrente contínua. No caso geral, a soma de todas as potências aparentes em um circuito **não** é zero.
- potência complexa \bar{S} (VA): número complexo cuja parte real é a potência ativa e cuja parte imaginária é a potência reativa, ou cujo módulo é a potência aparente e cuja fase é o ângulo φ do circuito. **Não** é um fasor. Em um circuito elétrico, a soma de todas as potências complexas é zero.
- fator de potência $\cos\varphi$: cosseno do ângulo diferença entre o ângulo da tensão e o ângulo da corrente (e não o contrário).
- fator de carga f_c : fator que relaciona a energia absorvida por uma carga em um determinado período de tempo com a demanda máxima (potência ativa) da carga no mesmo período.

2. Relações importantes

2.1 - Circuitos monofásicos

$$P = VI \cos\varphi$$

$$Q = VI \operatorname{sen} \varphi$$

$$S = VI$$

$$\overline{S} = P + jQ = VI \cos \varphi + jVI \operatorname{sen} \varphi = VI/\varphi = S/\varphi$$

Correção do fator de potência: $C = \frac{P(\tan \varphi - \tan \varphi')}{V_c^2 \omega}$

2.2 - Circuitos trifásicos

$$P_{3\phi} = \sqrt{3}V_L I_L \cos \varphi$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3}V_L I_L \operatorname{sen} \varphi$$

$$S_{3\phi} = \sqrt{3}V_L I_L$$

$$\overline{S}_{3\phi} = P_{3\phi} + jQ_{3\phi} = \sqrt{3}V_L I_L \cos \varphi + j\sqrt{3}V_L I_L \operatorname{sen} \varphi = \sqrt{3}V_L I_L/\varphi = S_{3\phi}/\varphi$$

Correção do fator de potência:

- capacitores ligados em estrela: $C_Y = \frac{Q_f}{(V_L/\sqrt{3})^2 \omega} = \frac{3Q_f}{V_L^2 \omega}$

- capacitores ligados em triângulo: $C_\Delta = \frac{Q_f}{V_L^2 \omega} = \frac{1}{3} C_Y$

2.3 - Energia e demanda máxima

$$f_c = \frac{D_{\text{média}}}{D_{\text{máx}}} = \frac{\varepsilon}{T \cdot D_{\text{máx}}} ; 0 \leq f_c \leq 1.$$

3. MEDIÇÃO DE POTÊNCIA, FATOR DE POTÊNCIA E ENERGIA

3.1 - Medição de potência ativa

A medição de potência ativa é feita através de aparelhos denominados *wattímetros* [2, 3, 4, 5], os quais medem a potência ativa (P) absorvida por uma carga. Como a potência ativa é dada pelo produto $VI \cos \varphi$ (cfr. item 2.2), um wattímetro monofásico deverá possuir dois elementos de medição: uma bobina para medir a tensão na carga (bobina de tensão, BT) e uma bobina para medir a corrente absorvida pela carga (bobina de corrente, BC). A Figura 3.1 mostra os esquemas possíveis para se ligar ambas bobinas.

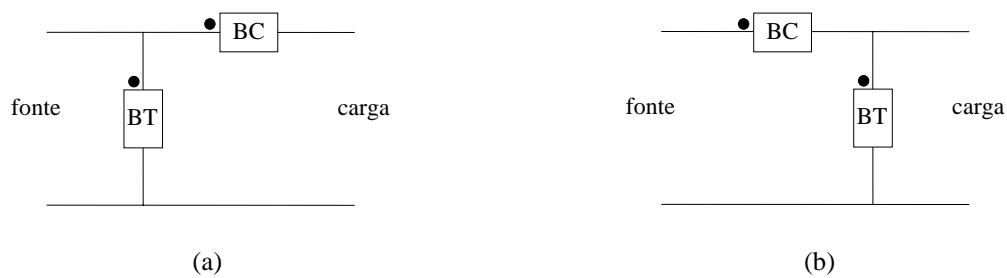


Figura 3.1 - Ligação das bobinas de um wattímetro monofásico

Pode-se demonstrar [5] que a própria construção do wattímetro permite incluir o fator adicional $\cos\phi$ na leitura fornecida pelo aparelho.

É importante destacar que as medidas de potência obtidas com qualquer um dos esquemas da Figura 3.1 estarão sempre afetadas de erro. No caso da Figura 3.1a, a tensão vista pela bobina de tensão não é a tensão na carga, mas sim a soma dela com a queda de tensão na bobina de corrente. Por outro lado, no esquema da Figura 3.1b, a corrente vista pela bobina de corrente não é a corrente na carga, mas sim a soma dela com a corrente na bobina de tensão. Para eliminar este tipo de erro, existem aparelhos com uma terceira bobina, bobina de compensação [5], que se encarrega de descontar a potência absorvida pela bobina de tensão ou de corrente. De todos modos, a impedância da bobina de tensão é normalmente muito elevada e a impedância da bobina de corrente é muito baixa, de forma que os erros produzidos são de reduzida monta e podem ser desprezados na maioria das situações.

Como a potência pode fluir em dois sentidos (fonte \rightarrow carga ou carga \rightarrow fonte), é imprescindível saber se a leitura fornecida por um wattímetro corresponde a uma potência absorvida ou a uma potência fornecida. Para tanto, existem **marcas de polaridade** nas bobinas de tensão e de corrente, as quais foram indicadas por um ponto (•) nos esquemas da Figura 3.1.

As marcas de polaridade simplesmente indicam o sentido relativo de enrolamento das bobinas de tensão e de corrente. Se ambas bobinas forem ligadas de acordo com qualquer um dos esquemas da Figura 3.1 e nessas condições o wattímetro fornecer leitura positiva, então a carga estará absorvendo potência. A inversão da bobina de tensão (ou da de corrente) inverterá a leitura do wattímetro, e a inversão simultânea de ambas bobinas fará com que a leitura do wattímetro permaneça inalterada.

Em termos dos fasores \underline{V} e \underline{I} (Figura 3.1), a leitura do wattímetro monofásico pode ser obtida através da parte real do produto complexo $\underline{V}\underline{I}^*$, onde o asterisco indica o complexo conjugado do fasor da corrente:

$$W = \Re[\underline{V}\underline{I}^*] = \Re[V/\theta \cdot I/-\delta] = \Re[V I / \theta - \delta] = \Re[V I / \phi] = VI \cos \phi = P, \quad (3.1)$$

onde o operador \Re indica a parte real de seu argumento complexo.

No caso de circuitos trifásicos, existem wattímetros trifásicos que fornecem diretamente a leitura da potência ativa trifásica absorvida pela carga. Alternativamente, a potência ativa trifásica pode ser obtida somando-se a leitura de 2 wattímetros monofásicos (W_1 e W_2) ligados de acordo com o Teorema de Blondel [6], conforme mostra a Figura 3.2. Neste esquema, as bobinas de corrente são ligadas em duas fases quaisquer e as bobinas de tensão são ligadas entre essas fases e a fase que não foi utilizada. Destaca-se que a polaridade de todas as bobinas deverá ser a indicada na Figura 3.2.

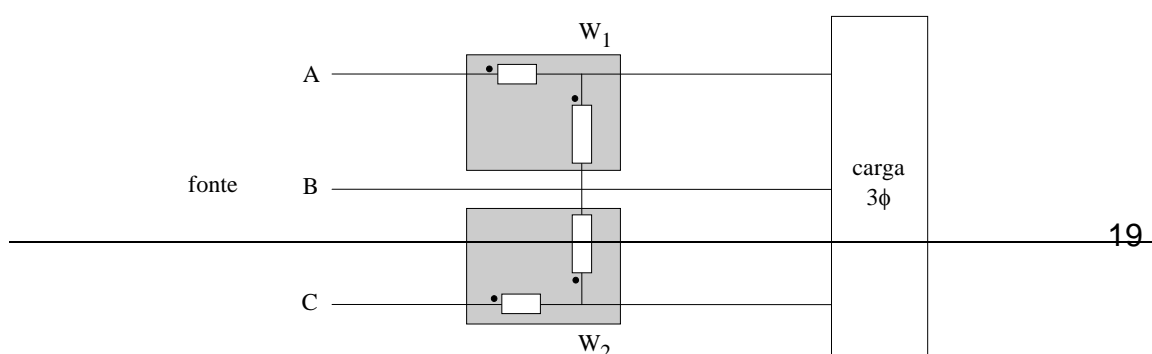


Figura 3.2 - Leitura de potência ativa trifásica através do Teorema de Blondel

Com relação à medição de potência pelo Teorema de Blondel (ou método dos 2 wattímetros), é importante observar que a leitura de um dos aparelhos poderá resultar negativa, mesmo quando a potência flui no sentido fonte → carga. Demonstra-se que isto ocorre quando o fator de potência da carga é inferior a 0,5, capacitivo ou indutivo. Neste caso, uma das bobinas do wattímetro que tiver leitura negativa deverá ser invertida. A deflexão do ponteiro desse wattímetro passará a ser positiva, mas sua leitura deverá ser tomada em valor algébrico (isto é, com sinal negativo).

3.2 - Medição de potência reativa

Analogamente aos wattímetros, existem os denominados *vâmetros*, que se destinam à medição de potência reativa. Alternativamente, a potência reativa absorvida por um circuito pode ser obtida através de um wattímetro, um amperímetro e um voltímetro ligados como mostra a Figura 3.3.

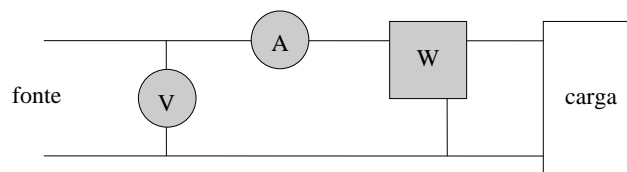


Figura 3.3 - Determinação da potência reativa

O voltímetro e o amperímetro permitem obter a potência aparente $S = VI$ absorvida pelo circuito; de posse dessa potência e da leitura do wattímetro é possível determinar o ângulo φ e a potência reativa:

$$\begin{aligned}
 S &= VI \\
 \cos \varphi &= \frac{P}{S} = \frac{P}{VI} \\
 \varphi &= \arccos \frac{P}{VI} \\
 Q &= VI \operatorname{sen} \varphi .
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

Neste arranjo o sinal da potência reativa (isto é, a natureza indutiva ou capacitiva da carga) deverá ser conhecido a priori, pois ele não pode ser estabelecido a partir das medições de tensão, corrente e potência ativa na carga.

Observa-se que no esquema da Figura 3.3 comparecem os mesmos erros de leitura discutidos no item precedente, já que as leituras do voltímetro e do amperímetro não fornecem os valores exatos de tensão e corrente na carga.

No caso de circuitos trifásicos, a leitura da potência reativa pode ser obtida através do Teorema de Blondel com medições adicionais de tensão e corrente, da mesma forma que foi feito no caso monofásico. Alternativamente, no caso de circuitos trifásicos simétricos e equilibrados, a leitura da potência reativa pode ser obtida através de um único wattímetro monofásico ligado de acordo com a Figura 3.4.

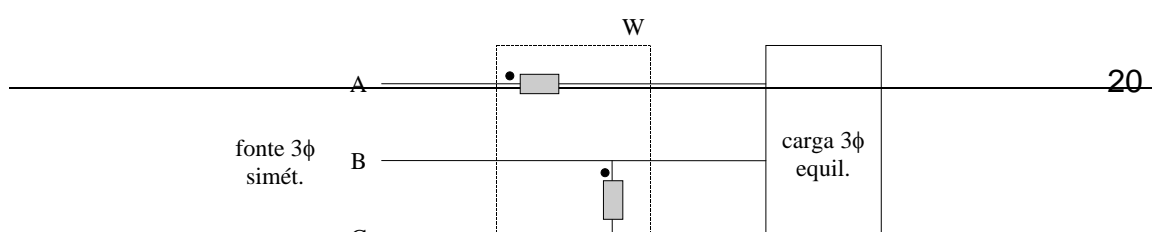


Figura 3.4 - Ligação de wattímetro monofásico como vâmetro trifásico

Para obtermos a leitura W do wattímetro neste caso adotamos:

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 \text{- tensões de linha: } \left. \begin{array}{l}
 \underline{\underline{V}}_{AB} = V_L / 0 \\
 \underline{\underline{V}}_{BC} = V_L / -120^\circ \\
 \underline{\underline{V}}_{CA} = V_L / +120^\circ
 \end{array} \right\} \text{ trifásico simétrico de seqüência direta;}
 \end{array} \right\} \\
 \\
 \left. \begin{array}{l}
 \text{- correntes de linha: } \left. \begin{array}{l}
 \underline{\underline{I}}_A = I_L / -30^\circ - \varphi \\
 \underline{\underline{I}}_B = I_L / -150^\circ - \varphi \\
 \underline{\underline{I}}_C = I_L / 90^\circ - \varphi
 \end{array} \right\} \text{ carga equilibrada.}
 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

Observando que na Figura 3.4 a bobina de tensão lê a tensão V_{BC} e a bobina de corrente lê a corrente I_A , tem-se que a leitura do wattímetro será:

$$\begin{aligned}
 W &= \Re \left[\underline{\underline{V}}_{BC} \underline{\underline{I}}_A \right] = \Re \left[V_L / -120^\circ \cdot I_L / +30^\circ + \varphi \right] = \Re \left[V_L I_L / -90^\circ + \varphi \right] = \\
 &= V_L I_L \cos(-90^\circ + \varphi) = V_L I_L \cos(90^\circ - \varphi) = V_L I_L \sin \varphi = \frac{Q_{3\phi}}{\sqrt{3}}.
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

A Eq. (3.3) mostra que, a menos da constante $\sqrt{3}$, a leitura do wattímetro monofásico ligado de acordo com a Figura 3.4 é a potência reativa trifásica absorvida pela carga. Esta conclusão obviamente depende das hipóteses inicialmente adotadas (sistema trifásico simétrico e equilibrado).

3.3 - Medição do fator de potência

Para medição da defasagem entre tensão e corrente utilizam-se os denominados *fasímetros* [5]. A escala de leitura de um fasímetro pode ser graduada em ângulo (graus) ou diretamente em termos do fator de potência ($\cos \phi$). Se não for possível dispor de um fasímetro, o fator de potência poderá ser determinado com o mesmo esquema para medição da potência reativa apresentado na Figura 3.3. Uma vez que se dispõe dos valores de tensão, corrente e potência ativa na carga, determina-se imediatamente a potência aparente e o fator de potência. Neste arranjo, a natureza da carga (indutiva ou capacitiva) deverá ser conhecida a priori, pois não é possível determiná-la a partir das 3 medições.

3.4 - Medição de energia [7]

Da mesma forma que os wattímetros, os medidores de energia possuem uma bobina de tensão e uma bobina de corrente. Ambas bobinas produzem campos magnéticos variáveis no tempo; estes campos são utilizados para produzir torque em um disco metálico giratório. A rotação do disco permite registrar a energia absorvida pelas cargas instaladas a jusante do medidor. A Figura 3.5 apresenta um esquema simplificado de um medidor de energia.

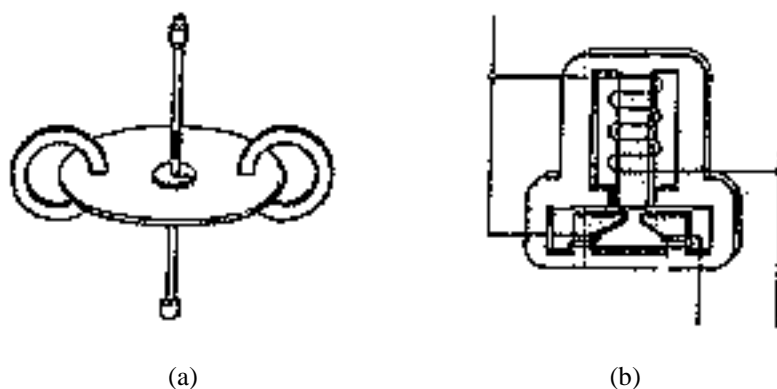


Figura 3.5 - Esquema de medidor de energia (reproduzido de [7])

Na Figura 3.5 (b) é possível observar uma bobina de tensão e duas bobinas de corrente ligadas em série, bem como o núcleo de material ferromagnético associado às bobinas. Na ranhura existente no núcleo, entre as bobinas de tensão e de corrente, é colocado o disco metálico representado na Figura 3.5 (a).

Os campos magnéticos produzidos pelas bobinas de tensão e de corrente variam no tempo e produzem tensões induzidas no disco metálico (condutor). Essas tensões induzidas no disco produzem, por sua vez, correntes parasitas que se distribuem pela superfície do disco. Os campos magnéticos das bobinas de tensão e corrente têm direção perpendicular ao plano do disco, enquanto que as correntes parasitas estão no plano do mesmo. A interação entre esses campos e correntes parasitas é responsável pelo aparecimento de forças atuantes no disco, que tendem a fazê-lo girar.

Os ímãs permanentes associados ao disco (Figura 3.5 (a)) também produzem correntes parasitas toda vez que o disco se movimentar; a interação entre essas correntes e o campo dos ímãs permanentes produz um torque amortecedor que se opõe ao movimento produzido pelas bobinas de tensão e de corrente. A calibração do aparelho é feita através dos ímãs permanentes.

Medidores polifásicos de energia possuem várias unidades, cada uma constituída pelas bobinas de tensão e de corrente e pelo correspondente disco. Todos os discos são montados no mesmo eixo de forma que o aparelho registre a energia total consumida pela carga. Em um sistema polifásico de n fios, pode-se utilizar um medidor com $(n-1)$ unidades ligadas de acordo com o teorema de Blondel [6].

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] N. Kagan e E. J. Robba: *Circuitos de corrente alternada*. Apostila do Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas da Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 51 p, 1997.
- [2] L. Q. Orsini, J. B. Camargo e D. Consonni: *Amperímetros e voltímetros industriais*. Apostila do Departamento de Engenharia Eletrônica da Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 27 p, 1995.
- [3] L. Q. Orsini e A. T. F.: *Multímetro analógico*. Apostila do Departamento de Engenharia Eletrônica da Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 17 p, 1995.
- [4] L. Q. Orsini e P. M. C. M.: *Multímetros digitais*. Apostila do Departamento de Engenharia Eletrônica da Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 23 p, 1995.
- [5] L. Q. Orsini, D. Consonni e V. H. N.: *Medidas de potência e fator de potência*. Apostila do Departamento de Engenharia Eletrônica da Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 23 p, 1995.
- [6] C. C. B. de Oliveira, H. P. Schmidt, N. Kagan e E. J. Robba: *Introdução a sistemas elétricos de potência - componentes simétricas*, 2ª edição. Ed. Edgard Blücher, São Paulo, 467 p, 1996.
- [7] D. Bartholomew: *Electrical measurements and instrumentation*. Ed. Allyn and Bacon Inc., Boston, MA, 455 p, 1963.
- [8] L. Q. Orsini, D. Consonni, A. B. M. e V. H. N.: *O osciloscópio analógico*. Apostila do Departamento de Engenharia Eletrônica da Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 29 p, 1996.